Berechnung der reibungsbehafteten Strömung in den Zahnlücken und Dichtspalten von Schraubenmaschinen

Prof. Dr.-Ing. W. Fister und Dipl.-Ing. G. Neumann, Bochum

1. Einleitung

Die Schraubenmaschine als statisch arbeitende Fluidenergiemaschine benutzt als Prinzip der Energieübertragung die Volumenänderungsarbeit bzw. die Verschiebearbeit. Wenn auch die Kenntnis des Strömungszustandes an den energieübertragenden Bauteilen nicht von derselben Bedeutung wie bei den Turbomaschinen ist, so wird das Betriebsverhalten der Schraubenmaschine aber ebenfalls entscheidend durch Strömungsvorgänge geprägt, die in den durch den berührungsfreien Lauf bedingten Spalten zwischen den Läufern bzw. den Läufern und dem Gehäuse ablaufen. Um das Betriebsverhalten von Schraubenmaschinen berechnen zu können, ist somit eine Kenntnis dieser Strömungsvorgänge nötig.

Weiternin ist eine Kenninis der Strömungsvorgange in den Zahnlücken selbst nötig, um den Wärmeübergang vom Fluid zu den Bauteilen und die durch die Fluidreibung verursachten Verluste berechnen zu können.

2. Rechenverfahren

Zur Untersuchung dieser Strömungsvorgänge wird ausgehend von den Navier-Stokes'schen Bewegungsgleichungen ein ebenes, elliptisches, stationäres, kompressibles Rechenverfahren entwickelt, mit dem die laminare Fluidströmung in den Gehäuse-, Stirn- und Profileingriffspalten, sowie die turbulente Strömung in den Blaslöchern und den Zahnlücken des Läuferpaares berechnet werden kann. Da eine Berücksichtigung der zeitlich veränderlichen Geometrien z.Z. mit vertretbarem Aufwand an Rechenzeit und Speicherkapazität noch nicht möglich ist, sind die Rechnungen unter der Voraussetzung einer kurzzeitig stationären Strömung im jeweiligen Zellvolumen und der betrachteten Strömungskanäle durchgeführt worden. Vorläufig wird noch jedes der angesprochenen Strömungsprobleme separat betrachtet.

Die Ausgangsgleichungen bilden die mit der Kontinuitätsgleichung kombinierten Navier-Stokes'schen Bewegungsgleichungen für die ebene, stationäre Strömung im rotierenden Relativsystem:

$\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u u)}{\partial \varphi} +$	$\frac{\partial(\rho v u)}{\partial r} + 2$	ρ(u+ωr)v r	$= -\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \varphi}$	(la)
+ n [<mark>-</mark> r	$\frac{\partial}{\partial r}(r \frac{\partial u}{\partial r}) +$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} -$	$\frac{u}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi}]$	
Kombinierte	e Bewegungs	gleichung	in radialer	Richtung
1 2(puv) +	9(pvv) p	(u+wr) ² +	$\frac{\rho v^2}{\sigma} = - \frac{\partial p}{\sigma}$	
r dø	ər	r	r ər	
+ n [- r	$\frac{\partial}{\partial r}(r \frac{\partial v}{\partial r}) +$	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \sigma^2} -$	$\frac{v}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial w}$	(16)

Kombinierte Bewegungsgleichung in Umfangsrichtung

Bei diesen Gleichungen handelt es sich um ein System von gekoppelten, nichtlinearen, partiellen Differentialgleichungen zur Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeiten u und v und des statischen Druckes P.

Die Lösung erfolgt iterativ mit einem Differenzenverfahren.

Wird aufgrund großer Druckunterschiede eine Berücksichtigung der Kompressibilität des Fluids erforderlich, so kommt zu diesen Gleichungen noch der Energiesatz zur Berechnung des Temperaturfeldes der Strömung hinzu:

Kombinierter Energiesatz $c_{p} \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho uT)}{\partial \phi} + c_{p} \frac{\partial(\rho vT)}{\partial r} + c_{p} \frac{\rho vT}{r} = u \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \phi} + v \frac{\partial p}{\partial r}$ $\frac{Warme]eitung}{\left(\frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2}T}{\partial \phi^{2}} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \frac{\partial T}{\partial r})\right)}$ Dissipation $+ n \left\{ 2\left[\left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{v}{r}\right)^{2} + \left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^{2}\right] + \left[\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} - \frac{u}{r}\right]^{2} \right\}$ (2)

Werden im Energiesatz die Einflüsse der Dissipation und der Wärmeleitung vernachlässigt, so geht er in die einfachere Beziehung (3) über:

$$c_p T + \frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} - \frac{\omega^2 r^2}{2} = const.$$
 (3)

Druck und Temperatur bestimmen dann die Dichte- und Viskositätsverteilung im Strömungsfeld.

Rein axial angenommene Strömungen, z.B. die Durchströmung des Blasloches, sollen durch die Bewegungsgleichung in axialer Richtung (4) beschrieben werden.

Kombinierte Bewegungsgleichung in axialer Richtung

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho uw)}{\partial \phi} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho ww)}{\partial z} + \frac{\rho vw}{r} = -\frac{\partial p}{\partial z}$$

$$+ \eta \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right]$$
(4)

Werden die durch die Geschwindigkeitskomponenten u und v repräsentierten Sekundärströmungen und Änderungen des Strömungsprofils in z-Richtung nicht berücksichtigt, so ergibt sich Gleichung (4a).

Bewegungsgleichung bei rein axialer Strömung

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \eta \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial^2 \varphi} \right]$$
(4a)

Das axiale Druckgefälle əp/əz wird als über dem Querschnitt konstant angenommen.

Das Verfahren zur Lösung des Differentialgleichungssystems (1) soll am Beispiel der Gleichung (1a) für die Umfangsrichtung erläutert werden.

Die kombinierte Bewegungsgleichung wird über eine Kontrollfläche A integriert, deren Form und Lage zunächst noch unerheblich ist:

$$\iint \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho u u)}{\partial \phi} + \frac{\partial(\rho v u)}{\partial r}\right] r d\phi dr = -\iint \left[\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \phi} r d\phi dr\right]$$

$$+ \eta \iint \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial u}{\partial r})\right] r d\phi dr + R$$
(5)

Der Term R beinhaltet die Trägheits- und Reibungsterme, die aus der Krümmung des Koordinatensystems resultieren. Wird auf diese Gleichung der Green'sche Integralsatz angewandt, werden die Integrale über die Fläche A in geschlossene Kurvenintegrale entlang dem Weg S um die Kontrollfläche A herum überführt. Wird weiterhin eine beliebige Geschwindigkeitsverteilung u* und v*, sowie eine Druck-, Dichte- und Viskositätsverteilung p*, ρ * bzw. n* für das gesamte Lösungsgebiet angenommen, so wird durch Benutzung dieser Vorgabe die Gleichung linearisiert und von den anderen Gleichungen entkoppelt. Es ergibt sich die Gleichung (6):

Die Lösung dieser nur noch die Geschwindigkeitskomponente u als unbekannte Größe beinhaltenden Gleichung erfolgt numerisch, wobei die Komponente u nur in diskreten Geschwindigkeitsstützstellen gemäß (Bild 1) definiert ist und zwischen diesen Stützstellen geeignet interpoliert wird.



Bild 1. Kontrollfläche A und Integrationsweg S für die Bewegungsgleichung in Umfangsrichtung

Eine besonders einfache Lösung ergibt sich, wenn die Kontrollfläche A, wie es im (Bild 1) dargestellt ist, die betrachtete unbekannte Geschwindigkeitskomponente umgibt und die Teilstücke des Weges S Koordinatenlinien folgen. Es ergibt sich nach einigen Umformungen eine algebraische Gleichung für jeden Punkt des Lösungsgebietes:

$$A_{P}u_{P} = A_{W}u_{W} + A_{N}u_{N} + A_{E}u_{E} + A_{S}u_{S} + E_{P}(p_{P}^{*}-p_{W}^{*}) + R_{P}$$
(7)

Die sich so ergebenden Geschwindigkeiten führen in der Regel zu einem Fehler in der Kontinuitätsgleichung. Daher muß die Rechnung bei gleichzeitiger Veränderung des Druckfeldes solange iterativ wiederholt werden, bis dieser Fehler unter eine zulässige Schranke gesunken ist.

Das aus diesen Rechnungen resultierende Druck- und Geschwindigkeitsfeld führt mit dem sich aus der Energiegleichung ergebenden Temperaturfeld zu einer verbesserten Dichte- und Viskositätsverteilung. Diese wiederum findet Eingang in eine erneute Berechnung des Geschwindigkeits- und Druckfeldes. Die gesamte Rechnung ist dann abgeschlossen, wenn die Veränderung der Dichte unter eine vorgegebene Schranke gesunken ist.

Eine Abschätzung der zu erwartenden Reynolds-Zahlen hat ergeben, daß die Strömung in den Gehäuse-, Stirn- und Profileingriffspalten laminar, in den Blaslöchern und den Zahnlücken selbst jedoch turbulent ist. Zur Berücksichtigung der Turbulenz wird der Prandtl'sche Mischungswegansatz benutzt. Danach setzt sich die in den o.a. Bewegungsgleichungen zu benutzende Viskosität η_{eff} aus einem laminaren Anteil η und einem turbulenten Anteil η_{+} zusammen:

$${}^{n} eff = {}^{n} + {}^{n} t$$
 (8)

Der turbulente Anteil wird dabei aus dem Mischungsweg und den Geschwindigkeitsgradienten berechnet:

$$\eta_{t} = \rho \frac{1^{2}}{(\frac{\partial w}{\partial x})^{2} + (\frac{\partial w}{\partial y})^{2} + (\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x})^{2}}$$
(9)

Der Mischungsweg ist nach der von Nikuradse angegebenen Beziehung nur abhängig von der Geometrie des jeweiligen Strömungskanals:

$$1 = \frac{b}{2} \{0, 14 - 0, 08(1 - 2\frac{s}{b})^2 - 0, 06(1 - 2\frac{s}{b})^4\}$$
(10)

Die in Gleichung (9) auftretenden Geschwindigkeitsgradienten werden zunächst geschätzt und bei der Rechnung iterativ korrigiert.

3. Strömungen in Dichtspalten und Zahnlücken

Den im folgenden vorgestellten Rechenergebnissen bezüglich Dichtlinien und Zahnlücken liegt die Geometrie eines Schraubenverdichterläuferpaares mit asymmetrischem 4+6-Profil, dem Läuferdurchmesser 100 mm, der Läuferlänge 150 mm und dem Hauptläuferumschlingungswinkel 300⁰ zugrunde. Die Spiele im Stirnschnitt betragen 100 µm. Als Fördermedium ist Luft gewählt worden.

3.1 Gehäusespalte

Im Bild (2) sind die Ergebnisse einer Nachrechnung der Strömung über die Gehäusespalte dargestellt.



Bild 2. Stromlinien und Meridiangeschwindigkeiten der Strömung über die Dichtleisten eines Schraubenverdichters

Die relative Bewegung der Gehäusewand zur Dichtleiste folgt dabei der Durchströmungsrichtung, wie es bei Schraubenverdichtern vornehmlich der Fall ist. Im Bild (2a) ist der Verlauf der Stromlinien 10-fach überhöht dargestellt.

Auffallend ist bei dieser Strömung der hinter der Dichtleiste entstehende große und der vor der Dichtleiste entstehende kleinere Wirbel.

In den Bildern (2b) bis (2f) ist die Entwicklung des Meridiangeschwindigkeitsprofils bei der Durchströmung dieser Kanalform zu verfolgen. Bild (2b) zeigt das Zuströmprofil, Bild (2c) ein Profil unmittelbar vor der Dichtleiste, in dem der Einfluß der Dichtleiste sich in dem ausgeprägten Maximum in der Nähe der Gehäusewand widerspiegelt. Die kleine Rückströmkomponente resultiert aus dem schon angesprochenen Wirbel am Fuß der Dichtleiste. Bild (2d) zeigt ein Geschwindigkeitsprofil im Spalt selbst, mit einem Maximum nahe der Gehäusewand. Bild (2e) stellt den Geschwindigkeitsverlauf hinter der Dichtleiste mit relativ großen rückströmenden Anteilen, resultierend aus dem großen Wirbel, dar. Bild (2f) zeigt das Austrittsprofil, wobei die gegenüber dem Eintrittsprofil erhöhte Meridiangeschwindigkeit auf die Volumenstromvergrößerung durch die starke Drosselung zurückzuführen ist.

In einer Vielzahl von Rechnungen sind für die Gehäusespalte die Wandgeschwindigkeit, die Zuströmtemperatur und die Zuströmgeschwindigkeit mit dem Ziel variiert worden, den sogenannten Durchflußbeiwert α in Abhängigkeit des Druckverhältnisses und dieser Parameter zu bestimmen.

Berechnung des Durchflußbeiwertes

Der isentrop durch einen Strömungskanal, z.B. der o.a. Gehäusedichtspalt fließende Massenstrom m_s eines idealen Gases läßt sich nach der Durchflußgleichung berechnen:

 $\dot{m}_{s} = A \sqrt{p_{0} \rho_{0}} \Psi(\Pi, \varkappa)$ (11)

mit der Durchflußfunktion

$$\Psi = \sqrt{\frac{2}{\frac{2}{\pi}-1}} \left[\pi^{\frac{2}{\pi}} - \pi^{\frac{\kappa+1}{\pi}} \right] \quad \text{für } \pi \ge \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\pi}-1}$$
(12)

bzw.

$$\Psi = \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} \quad \text{für } \pi < \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (13)$$

und den Bezeichnungen gemäß Bild 3.



Bild 3. Zum Durchflußbeiwert

Um Einflüsse auf den Massenstrom, wie z.B. Reibung, Strahlkontraktion usw., mit zu erfassen, wird der sogenannte Durchflußbeiwert α zur Berechnung des tatsächlichen Massenstromes \dot{m} eingeführt

$$\dot{m} = \alpha \dot{m}_{S}.$$
 (14)

Dieser Durchflußbeiwert läßt sich bei bekanntem Strömungszustand nach einer Integration über die Querschnittsfläche A (Bild 3) bestimmen:

$$\alpha = \frac{A}{A \sqrt{p_0 \rho_0}} \Psi(\Pi, \kappa)$$
(15)

Im Bild 4 ist der Durchflußbeiwert α für die Gehäusespalte über dem Druckverhältnis π mit der Wandgeschwindigkeit u als Parameter dargestellt.





Bis zu einem Druckverhältnis von $\Pi \approx 0,7$ ergibt sich fast kein Einfluß der Wandgeschwindigkeit. Der Durchflußbeiwert hat bei Π = 0,2 den Wert $\alpha \approx 0,74$ und fällt bei Π = 0,7 auf etwa 0,68 ab.

Für Spaltdruckverhältnisse oberhalb II = 0,7 zeigt sich, daß die mit der Strömung gleichgerichtete Bewegung der Wand den Durchfluß fördert, die entgegengesetzte ihn hemmt. Im ersteren Fall findet auch dann noch ein Fluidtransport über die Dichtleiste statt, wenn sich das Druckgefälle umkehrt, was sich in den negativen Durchflußbeiwerten für die Druckverhältnisse II > 1 ausdrückt. Im Falle des Druckverhältnisses II = 1 ergibt sich nach Definition des Durchflußbeiwertes α gemäß Gleichung 15 eine Polstelle.

Die Temperaturabhängigkeit des Gehäusespaltdurchflußbeiwertes ist sehr klein. Eine Temperaturerhöhung um ∆T = 100 K führt zu einer Abnahme des Durchflußbeiwertes um etwa ∆α ≈ 0,008, was auf die bei Gasen übliche Zunahme des Viskosität bei steigender Temperatur zurückzuführen ist.

3.2 Profileingriffspalte

Der durch den Nebenläuferkopfkreis und Hauptläuferfußkreis gebildete Bereich des Profileingriffspaltes ähnelt einem aus zwei Zylindern gebildeten Strömungskanal. Die Untersuchungen zur Strömung in diesem Spalt sind daher entsprechend dieser Modellvorstellung durchgeführt worden.



Bild 5. Stromlinien und Meridiangeschwindigkeiten der Strömung durch den Profileingriffspalt eines Schraubenverdichters

Bild (5a) zeigt den Verlauf der Stromlinien, wobei auch hier der Spalt 10-fach überhöht gezeichnet ist. Die relative Bewegung der zylindrischen Wände erfolgt bei diesem Beispiel mit der Durchströmungsrichtung, wie es im Profileingriffspalt eines Schraubenverdichters der Fall ist. Dabei ist die Wandgeschwindigkeit des dem Nebenläufer zugeordneten Zylinders aufgrund des Addendums größer als die des dem Hauptläufer zugeordneten,

Auffallend ist der Verlauf der Stromlinien am Austritt des Spaltes. Sie folgen nicht wie am Eintritt der vorgegebenen Kanalkontur, sondern strahlartig der durch den engsten Querschnitt vorgegebenen Richtung und lassen so zwei Wirbel auf der Haupt- und Nebenläuferseite des Kanals entstehen.

In den Bildern (5b) bis (5f) ist die Entwicklung des Meridiangeschwindigkeitsverlaufes gezeigt. Die rückströmenden Anteile im Bild 12e resultieren aus den Wirbeln hinter dem Spalt. Aus dem Geschwindigkeitsverlauf des Bildes (5f) für den Austritt ist die erhebliche Volumenstromzunahme durch die starke Drosselung zu erkennen.

Auch für diese Kanalform sind eine Vielzahl von Rechnungen zur Ermittlung der Durchflußbeiwerte durchgeführt worden.



Die im Bild (6a) für verschiedene Parameter dargestellten Ergebnisse dieser Rechnungen zeigen einen ähnlichen Verlauf wie schon bei den Gehäusespalten. Aufgrund der größeren Länge des Profileingriffspaltes macht sich der Einfluß der Wandbewegung über den gesamten Bereich des Druckverhältnisses stärker bemerkbar.

Bild (6b) zeigt den Einfluß der Zuströmtemperatur auf den Durchflußbeiwert für den Fall der mitbewegten Wände (N_{HL} = 190 s⁻¹). Die Abnahme des Beiwertes im mittelbaren Bereich des Druckverhältnisses beträgt etwa $\Delta \alpha \approx 0,07$ je ΔT = 100 K Temperaturerhöhung.

Sind bei den bisher aufgeführten Formen der Spalte die Bewegung der Wände in den Rechnungen mit berücksichtigt worden, so ist dies bei der Paarung Hauptläufernut – Nebenläuferdichtleiste mit dem beschriebenen Verfahren nicht möglich. Um dennoch eine Ausage über das Durchflußverhalten dieser Konfiguration zu erhalten, ist genau die Winkelstellung des Profileingriffs untersucht worden, in der die Nebenläuferdichtleiste mittig in die Hauptläufernut eingreift. Die Läufer werden für die Rechnung als stillstehend angenommen. Das Stromlinienbild einer solchen Nachrechnung ist im Bild (7) dargestellt.



Bild 7. Strömung durch die Hauptläufernut bei mittig eingreifender Nebenläuferdichtleiste Der Spalt ist auch in diesem Fall 10-fach überhöht dargestellt, wodurch der Eindruck eines Labyrinthes mit 2 Kammern noch verstärkt wird.

Bedingt durch die scharfkantige Umlenkung der Strömung, stellen sich Wirbel hinter der Eintrittskante und hinter der Dichtleiste ein.

Der Durchflußbeiwert fällt über dem Druckverhältnis (Bild 8) von $\alpha \approx 0,51$ bei $\pi = 0,2$ auf $\alpha \approx 0,38$ bei $\pi = 0,9$ ab und ist damit deutlich kleiner als bei den bisher angesprochenen Spaltformen, was auf die mehrfache labyrinthartige Drosselung zurückzuführen ist.



Bild 8. Durchflußbeiwerte der Strömung durch die Hauptläufernut bei mittig eingreifender Nebenläuferdichtleiste

Eine Temperaturabhängigkeit ist bis auf einen kleinen Bereich nahe bei $\pi = 1$ nicht zu beobachten.

3.3 Stirnspalte

Die Strömung über die Stirnspalte der Läufer ist unter Annahme eines parabolischen Geschwindigkeitsverlaufes über der Spalthöhe berechnet worden. Axiale Geschwindigkeitsanteile werden wegen der gegenüber der Spaltlänge geringen Spalthöhe vernachlässigt. An den begrenzen den Kanalwänden, Gehäuse- und Läuferstirnflächen erfüllt das Geschwindigkeitsprofil die Haftbedingung wie Bild 9 an zwei möglichen Profilformen zeigt.



Bild 9. Geschwindigkeitsprofile im Stirnspalt

Die Stromlinien einer solchen Nachrechnung sind für den Haupt- und Nebenläuferstirnspalt im Bild 10 dargestellt.



a) Hauptläuferstirnspalt



b) Nebenläuferstirnspalt

Bild 10. Stromlinien der Stirnspaltströmung in Schraubenverdichtern

Auffallend ist bei beiden Läufern die radiale Bewegung der Strömung vor dem Spalt vom Zahnfuß in Richtung auf den Zahnkopf.

Im Bild 11 sind die Durchflußbeiwerte der Stirnspaltströmung für den Hauptläufer über dem Druckverhältnis für verschiedene Parameter aufgetragen.



Deutlich ist der große Einfluß der Wandbewegung zu erkennen. Im Fall des Schraubenverdichters, bei in Leckstromrichtung mitbewegter Wand, wird bei mittleren Druckverhältnissen der Durchflußbeiwert auf $\alpha \approx 0,45$ gegenüber $\alpha \approx 0,4$ der stillstehenden Wand vergrößert.

Für den im Bild 11b dargestellten Fall der mitbewegten Wand $(N_{\rm HL} = 190 \text{ s}^{-1})$ ergibt sich bei mittleren Druckverhältnissen eine Verringerung des Beiwertes um $\Delta \alpha \approx 0,05$ je $\Delta T = 100 \text{ K}$.

Bei der Untersuchung des Nebenläuferstirnspaltes ergeben sich ähnliche Verläufe wie für den Hauptläuferstirnspalt. Bild 12 zeigt die Abhängigkeit der Beiwerte von Drehzahl und Temperatur.



Bild 12.

Durchflußbeiwerte der Stirnspaltströmung eines Nebenläufers

Wegen der geringeren Breite des Zahnes und der geringeren Drehzahl gegenüber dem Hauptläufer ist die Abhängigkeit von der Wandbewegung weniger stark ausgeprägt. So wird der Durchflußbeiwert bei mittleren Druckverhältnissen von $\alpha \approx 0,5$ durch die Wandmitbewegung auf $\alpha \approx 0,52$ vergrößert. Die Verminderung je $\Delta \alpha = 100$ K beträgt $\Delta \alpha \approx 0,03$.

3.4 Blasloch

Die wohl komplizierteste Spaltform in Schraubenmaschinen ist das Blasloch, dessen Durchströmung am Beispiel eines Läuferpaares mit symmetrischen 4+6-Profilen und dem Läuferdurchmesser 100 mm, der Läuferlänge 150 mm und dem Hauptläuferumschlingungswinkel 300⁰ untersucht worden ist. VDI BERICHTE



Bild 13. Blasloch des symmetrischen Profils PF-Projektionsfläche des Blasloches in der y, z-Ebene

Bild 13a zeigt schematisch die Lage des Blasloches bezüglich der funktionsrelevanten Bauteile, Bild 13b eine räumliche Darstellung seiner Durchtrittsfläche, die gekrümmt ist und unstetige Richtungsänderungen beim Übergang vom Nebenläuferkopfkreis auf die Gehäusestegkante aufweist. Die Randbedingungen seiner Durchströmung sind aufgrund der relativen Bewegung entlang der Gehäusestegkante nur schwer zu erfassen. Zur Bestimmung der Strömung durch das Blasloch wird die nach einer Geometrieuntersuchung bekannte, gekrümmte und geknickte Durchtrittsfläche in eine Ebene abgewickelt und die Durchströmung dieser Abwicklung berechnet.



Bild 14. Durchflußbeiwert α und Strömungsformen der Strömung durch das Blasloch (symmetrisches Profil)

In den Bildern 14a bis 14c sind für verschiedene Reynolds-Zahlen die berechneten Geschwindigkeitsprofile räumlich dargestellt. Die Koordinaten sind wegen der besseren Obersichtlichkeit in der x-Richtung 10-fach gestreckt worden. Das Profil des Bildes 14a entspricht einer laminaren Durchströmung, in den anderen Fällen ist das beschriebene Turbulenzmodell in die Rechnung mit einbezogen worden. Der Einfluß der Turbulenz zeigt sich in den Bildern 14b und 14c durch das fülliger werdende Profil mit steigender Reynolds-Zahl, was sich im Diagramm des Bildes 14d in einem Anstieg des Durchflußbeiwertes mit zunehmender Reynolds-Zahl äußert.

3.5 Zahnlücken

In den Bildern 15a und 15b sind die Stromlinien einer Nachrechnung der Zahnlückenströmung eines Läuferpaares mit asymmetrischen Profilen dargestellt.



Bild 15. Stromlinien in den Zahnlücken von Schraubenverdichtern

```
b) Nebenläuferlücke
```

Die Läufer werden dabei getrennt unter Vernachlässigung von Verwindungs- und Stirnflächeneinflüssen behandelt. Wegen der hohen Reynolds-Zahlen wird auch hier das beschriebene Turbulenzmodell mit in die Rechnung einbezogen.

Die auf diese Strömung einwirkenden Kräfte ergeben sich aus den Schubspannungen an der relativ zur Lücke bewegten Gehäusewand und der Flieh- bzw. Corioliskraft, bedingt durch die Rotation des Läufers.

Es ergibt sich jeweils ein großer, die gesamte Zahnlücke ausfüllender Wirbel. Am Abstand der Stromlinien sind die großen Geschwindigkeiten in Nähe der Gehäusewand zu erkennen. Das Wirbelzentrum liegt jeweils näher an dem nacheilenden Zahn. Berechnung der Wärmeübergangszahl

Aus diesen berechneten Strömungen ist der Wärmeübergang ermittelt worden. Der zwischen den Wänden und dem Masseninhalt der Zelle ausgetauschte Wärmestrom Q läßt sich auf zwei Arten berechnen. Zum einen aus der Gleichung für den Wärmeübergang

$$\dot{\mathbf{Q}} = \mathbf{\alpha} \mathbf{A} \left(\mathbf{T}_{\mathbf{W}} - \mathbf{T}_{\mathbf{Z}} \right)$$
(16)

zum anderen aus der Gleichung (17) für die Wärmeleitung im Fluid senkrecht zu den Wänden

$$\dot{Q} = \int \lambda \frac{dT}{ds} \bigg|_{Wand} dA$$
 (17)

mit den Bezeichnungen nach Bild 16.



Bei bekannter Temperaturverteilung im Zellvolumen ergibt die Verknüpfung dieser beiden Gleichungen die Beziehung (18) zur Berechnung der Wärmeübergangszahl α:

$$\alpha = \frac{A}{A (T_W - T_Z)}$$
(18)

Die Ergebnisse einer Untersuchung des Wärmeübergangs zum Haupt- und Nebenläufer bzw. zum jeweiligen Gehäusebereich zeigt Bild 17.



Bild 17. Wärmeübergang vom Fördermedium auf die arbeitsrelevanten Bauteile eines Schraubenverdichters

Dabei ist die Abhängigkeit der für den Wärmeübergang üblicherweise benutzten Nusselt-Zahl und Peclet-Zahl in doppelt logarithmischer Weise dargestellt. Alle Linien zeigen in diesem Diagramm den für Wärmeübergangsprobleme typischen linearen Verlauf und können somit durch einfache Potenz-Gesetze beschrieben werden.

Berechnung des Verlustbeiwertes

Die aufzubringende Leistung P_J für die im betrachteten Zellvolumen entstehende Dissipation kann auf zwei Arten beschrieben werden. Zum einen durch den Ansatz nach Gleichung 19, wie er z.B. bei der Behandlung der Radseitenreibung in Turbomaschinen üblich ist.

$$P_{J} = k \frac{u^{3} \rho}{D} V_{Z}$$
(19)

Zum anderen kann bei bekanntem Strömungszustand im Zellvolumen die entstehende Dissipation auch aus der Leistung der Schubspannungen an relativ zum Fluid bewegten Wänden bestimmt werden

$$P_{J} = \int_{A} n u_{Wand} \frac{du}{ds} |_{Wand} dA$$
(20)

mit den Bezeichnungen nach Bild 18.



Bild 18. Zum Verlustbeiwert

$$k = \frac{A}{\frac{u^{3} \rho}{D}} V$$
(21)



Im Bild 19 ist der Verlauf der sich aus den berechneten Strömungsfeldern ergebenden Verlustbeiwerte k in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl dargestellt. Die Achsen sind wiederum logarithmisch skaliert.



Bild 19. Verlustbeiwert für die Reibung des Fördermediums im Schraubenverdichter

Um den Einfluß der Turbulenz zu untersuchen, sind Rechungen mit und ohne Turbulenzmodell durchgeführt worden. Die oberen Linien zeigen den Verlustbeiwert bei turbulent angenommener Strömung in den Zahnlücken, die unteren bei laminar angenommener Strömung. Die Beiwerte des Nebenläufers sind in beiden Fällen kleiner als die des Hauptläufers. Auch diese Linien zeigen den für Verlustbeiwerte typischen nahezu linear abfallenden Verlauf, womit hier ebenfalls einfache Potenzgesetze für ihre Beschreibung benutzt werden können.

4. Einfluß auf das Betriebsverhalten

Der Einfluß von Leckagen, Wärmeströmen und Reibung auf das Betriebsverhalten soll am Beispiel einer Kennlinie eines Schraubenverdichters vom Typ SKL 10 mit einem eingebauten Druckverhältnis von Π_i = 3 dargestellt werden. Bild 20 zeigt die Kennlinien für eine Hauptläuferdrehzahl von N_{HL} = 190 $\frac{1}{s}$.



Bild 20. Kennlinien eines Schraubenverdichters vom Typ SKL 10 (π_i = 3, N_{HI} = 190 $\frac{1}{5}$)

Die mit "O" gekennzeichneten Linien stellen Rechenergebnisse ohne Berücksichtigung von Leckagen, Wärmeströmen und Reibung dar, und bilden somit die oberen Grenzen für den Liefergrad bzw. den Wirkungsgrad.

Die den Linien "1" zugrunde liegenden Rechnungen berücksichtigen nur den Einfluß der Leckagen. Die dadurch über den gesamten Druckbereich bedingte Verschlechterung des Liefergrades und des Wirkungsgrades ist auf das von den Leckagen im Saugbereich eingenommene Volumen und ihre hohen Temperaturen zurückzuführen.

VDI BERICHTE

Die Linien "2" zeigen Rechenergebnisse unter Berücksichtigung von Leckagen, Wärmeströmen und Reibung. Der dadurch mit in die Rechnung einbezogene Wärmeaustausch vor allem zwischen dem kalten Fluid und den heißen Läufern bzw. Gehäuse vermindert Liefer- und Wirkungsgrad zusätzlich. Der Einfluß der Fluidreibung in den Zahnlücken auf das Betriebsverhalten ist gegenüber dem der Leckagen und der Wärmeströme vernachlässigbar klein.

Die Kennlinien "2" zeigen eine befriedigende Übereinstimmung mit den aus einer Messung resultierenden Kennlinien "3". Die Unterschiede können auf die nur ungenaue Kenntnis der realen Geometrie und die zum Teil vereinfachten Annahmen bezüglich der Strömungsvorgänge zurückgeführt werden.

5. Zusammenfassung

Für die Berechnung des Betriebsverhaltens von Schraubenmaschinen ergibt sich, daß die Kenntnis der Strömungsvorgänge in den Spalten und Zahnlücken der Maschine notwendig ist.

Dazu wird ein Rechenverfahren vorgestellt, aus dessen Ergebnissen Aussagen über die Durchflußbeiwerte der Dichtspalte, die Wärmeübergangszahlen für Läufer und Gehäuse, sowie über die Verlustbeiwerte zur Berechnung der Fluidreibung abgeleitet werden können.

Die mit diesem Verfahren berechneten Spaltdurchflußbeiwerte zeigen vor allem im Bereich kleiner Spaltdruckgefälle den nicht zu vernachlässigenden Einfluß der Läuferdrehbewegung.

Ein Vergleich berechneter und gemessener Kennlinien zeigt eine befriedigende Übereinstimmung, wenn sowohl Leckagen als auch Wärmeströme mit in die Rechnung einbezogen werden. Der Einfluß der Fluidreibung auf das Betriebsverhalten ist demgegenüber vernachlässigbar klein.

Bezeichnungen

Α	Fläche
b	Kanalbreite
с	Geschwindigkeit
cn	spezifische Wärme
D	Durchmesser
j	Dissipationsleistung
k	Verlustbeiwert
1	Mischungsweg
m	Massenstrom
Ν	Drehzahl
Nu	Nusselt-Zahl
Pe	Peclet-Zahl
р	Druck
Q	Wärmestrom
Re	Reynolds-Zahl
r	radiale Koordinate
S	Integrationsweg
S	Wandabstand, Koordinate
Т	Temperatur
u	Umfangsgeschwindigkeit
۷	Volumen
V	radiale Geschwindigkeit
W	axiale Geschwindigkeit
z	axiale Koordinate

04	Durchflußzahl
α,	Wärmeübergangsbeiwert
η	dynamische Viskosität
ŋ	Wirkungsgrad
κ	Isentropenexponent
ρ	Dichte
φ	Umfangskoordinate
ω	Winkelgeschwindigkeit
Ψ	Durchflußfunktion
П	Druckverhältnis
λ	Wärmeleitfähigkeit
λ	Liefergrad

Indizes

0	Ruhezustand
i	eingebaut
m	meridional
s	isentrop
t	turbulent
W	Wand
Ζ	Zelle
HL	Hauptläufer
NL	Nebenläufer
LF	Läufer
GH	Gehäuse
*	geschätzt

VDI BERICHTE

	6.	Sc	hr	i	ft	tu	Л
--	----	----	----	---	----	----	---

/1/	Bourne, D.E. Kendall, P.C.	:	Vektoranalysis. Verlag Teubner, Stuttgart (1973)
/2/	Fister, W.	;	Fluidenergiemaschinen. Berlin, Springer Verlag (1983)
/3/	Fister, W.	:	Forschungsarbeiten am Schraubenver- dichter Vortrag am Leningrad Polytechnic Institut (1984)
/4/	Korte, KJ.	:	Simulation der kinematischen und thermodynamischen Abläufe in der rotierenden Schraubenmaschine. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum (1980)
/5/	Marsal, D.	:	Die numerische Lösung partieller Differentialgleichungen. BI-Wissenschaftsverlag, Hannover (1975)
/6/	Rodi, W. Mc Guirk, J. Leschziner, M. Rastogi, A.K.	:	Veröffentlichungen des Hochschul- kurses "Numerische Berechnung turbu- lenter Strömungen in Forschung und Praxis". 02. bis 04.10.1979 Karlsruhe
/7/	Paratap, S.V., Spalding, D.B.	:	Fluid Flow and Heat Trasfer, Vol. 19, pp. 1183 - 1188 (1976)
/8/	Zahn, G.	:	Theoretische und experimentelle Strömungsuntersuchungen in Umlenk- kanälen von Turbomaschinen. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum (1982)