

Ein Verfahren zur analytischen Berechnung der Durchbiegung von Schraubenmaschinenrotoren

L. Rinder und F. Deix, Wien/A

Zusammenfassung

Basierend auf den Ergebnissen zahlreicher Finite-Element-Berechnungen von Schraubenmaschinenrotoren mit verschiedener Profilgeometrie unter Betriebsbelastung wird ein Verfahren angegeben, das die näherungsweise Berechnung der betriebsbedingten Rotordurchbiegungen analytisch mit den Gleichungen einer modifizierten Biegetheorie erlaubt. Von wesentlichem Einfluß auf die Biegesteifigkeit des schrägverzahnten Rotorteiles erweist sich neben der Querschnittsgeometrie das Verhältnis von Verschraubungswinkel zu Rotorlänge. Mit zunehmendem Umschlingungswinkel wird der schrägverzahnte Rotorteil biegeweicher. Für den Ersatzträger, einen Rundstab mit gleichem Verformungsverhalten, wird eine Belastungsvorschrift angegeben, die die analytische Berechnung der Biegelinie, mit der Methode von Ritz-Galerkin, bei Kenntnis der Betriebsparameter für jede beliebige Drehstellung des Rotors zufolge der Druckbelastung ermöglicht.

Summary

Based on the results of various Finite Element calculations of screw compressor-rotors with different rotor geometry a method is shown to determine the bending-deflection under pressure load analytically with sufficient accuracy using modified bending equations.

Of essential influence on the bending rigidity of the helical geared rotors is among the geometry of the cross-section the wrap angle of the helical teeth. With rising values of the wrap angle bending rigidity is strongly reduced. A beam with circular cross-section and with the same bending-behaviour as the screw-rotor has can be found. The ben-

ding-lines under pressure load for a certain position of the rotors are calculated by using the method of Ritz-Galerkin.

1. Allgemeines

Hohe relative Dichtigkeit der Arbeitsräume wird bei Schraubenmaschinen u.a. durch tief eingeschnittene Zahnücken, geringe Zahnstärken und durch große Längen-Durchmesserverhältnisse der Läufer erreicht. Werden solche Rotoren mit kleinen Kernquerschnitten für Schraubenmaschinen mit großen Druckdifferenzen zwischen Saug- und Druckseite verwendet, kann es im Betrieb zu unzulässig großen Rotor-durchbiegungen bis zum Anlaufen der Rotoren an die Gehäusewand kommen. Untersuchungen der Biegeverformung von Schraubenmaschinenrotoren erfolgten bisher, wegen der komplizierten Belastung und der Rotorquerschnittsgeometrie für Einzelfälle ausschließlich numerisch durch FE-Analyse [1], [2], [3].

Um allgemein gültige Aussagen über das Biegeverhalten von Schraubenmaschinenrotoren zu erhalten und um zeitaufwendige, rechenintensive FE-Untersuchungen zu vermeiden wird immer wieder die Frage gestellt, ob eine analytische Berechnung der Läuferdurchbiegung durch die Angabe eines glatten Ersatzträgers mit Kreisquerschnitt und gleichem Biegeverhalten wie das der Schraubenmaschinenläufer möglich ist.

Für eine solche analytische Beschreibung der Biegeverformung spricht die, auf Grund der Querschnittssymmetrie gegebene Konstanz der Biegesteifigkeit EJ für jede Drehstellung der Rotoren und in jedem Querschnitt.

Als schwierig erweist sich:

- die komplizierte Querschnittsgeometrie.
- die Verschraubung der Rotorzähne, die einen erheblichen Verlust an Biegesteifigkeit mit sich bringt, der aber in der klassischen Biegelehre nicht berücksichtigt werden kann.
- der auf Grund der kurzen Stützlänge nicht mehr vernachlässigbare Einfluß der Schubverformung durch Querkraftbiegung, der nur näherungsweise durch einen Ersatzträger mit Kreisquerschnitt zu beschreiben ist, da die Schubsteifigkeit von der Rotorstellung und zusätzlich vom Verschraubungswinkel abhängig ist.

— die komplizierte aus den Drücken in den Zahnlückenräumen resultierende Rotorbelastung.

Gelingt es für den schrägverzahnten Rotorteil einen glatten Ersatzträger mit Kreisquerschnitt und gleichem Biegeverhalten zu finden, so braucht nur dieser Teil untersucht zu werden. Die durch die Verdichterkonstruktion bedingten, individuell gestalteten Lager- und Wellenzapfen der Rotoren können mit den Methoden der klassischen E-Theorie (Superpositions-gesetz) mitberücksichtigt werden.

Wegen der komplizierten räumlichen Druckbelastung der Rotoren müssen folgende Vernachlässigungen gemacht werden:

- Die axial wirkenden Kräfte aus der Druckbelastung bleiben unberücksichtigt.
- Die von der Drehmomentenübertragung zwischen Haupt- und Nebenträger, längs der Berührungslinien angreifenden Flankenkräfte bleiben ebenfalls unberücksichtigt.

Beide Einflüsse sind auf die Durchbiegung sehr gering, Hauptläuferantrieb vorausgesetzt [5].

Der komplizierte, längs der Flankenberührungslinien verlaufende Abschluß der Zahn-lückenräume (Bild 1), wird nicht gesondert berücksichtigt. Der Druck in einem Zahn-lückenraum wird durch eine längs einer Schraubenlinie verlaufenden konstanten Gleichlast von der Größe der Druckresultierenden ersetzt.

2. Zylindrischer Ersatzträger mit Kreisquerschnitt für einen Schraubenma-schinenrotor

Für einen Träger mit beliebiger Querschnittsgeometrie gilt für die Biegeverformung $w(z)$ mit Berücksichtigung der Querkraftbiegung bei nicht verschraubten Querschnit-ten und bei Biegung um die Trägheitshauptachse

$$\frac{d^2 w}{dz^2} = - \frac{M(z)}{E \cdot J} - \frac{\kappa \cdot q(z)}{G \cdot A}$$

M Biegemoment J Flächenträgheitsmoment q(z) Gleichlast
E Elastizitätsmodul A Querschnittsfläche G Schubmodul

Der Korrekturwert κ ergibt sich aus

$$\kappa = \frac{A}{J^2} \int_A \left(\frac{S(y)}{b(y)} \right)^2 dA \quad (1)$$

$S(y)$ statisches Moment um die Biegeachse x bis zum Wert y

$b(y)$ Querschnittsbreite in einem beliebigen Schnitt parallel zur Biegeachse

2.1. Querschnittswerte von Schraubenmaschinenrotoren

Die Stirnschnitte von Schraubenmaschinenrotoren (vgl. Bild 1) weisen, für Zähnezahlen größer 2, Flächenträgheitsmomente J_x und J_y auf, die sich bei Verdrehung des Querschnittes nicht ändern. Jeder auf die Läuferachse normale Schnitt hat daher das gleiche Flächenträgheitsmoment ($J_x = J_y = J$).

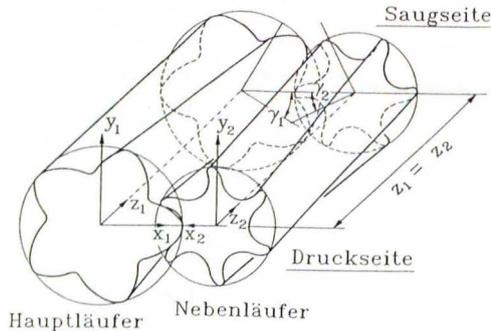


Bild 1: Schraubenmaschinenrotorpaar ohne Wellenzapfen, Haupt- und Nebelläufer mit Koordinatenachsen- und Winkelkonventionen.

Figure 1: A pair of screw-rotors without shaft-ends and with the used coordinate-system.

Der Korrekturwert κ für die Querkraftbiegung bleibt dagegen bei Verdrehung des Querschnittes nicht konstant. Werden die Korrekturwerte κ als Funktion des Drehwinkels γ des Querschnittes für verschiedene Schraubenverdichterprofile (Bild 4) numerisch berechnet, so schwanken alle $\kappa(\gamma)$ zwischen $\kappa = 1,04$ und $\kappa = 1,18$. Die geringe Veränderlichkeit von $\kappa(\gamma)$ rechtfertigt für die Berechnungen des äquivalenten Durch-

messers die Verwendung des Wertes $\kappa \cong 1,111$ was etwa dem Wert für einen Kreisquerschnitt entspricht.

2.2. Idealisierter Schraubenmaschinenrotor

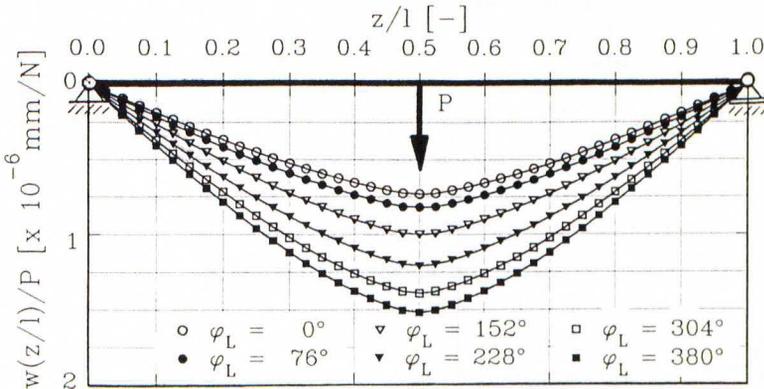


Bild 2: Biegelinie aus der Finiten-Element-Berechnung eines Schraubenverdichterläufers mit verschiedenen Umschlingungswinkel.

Figure 2: Bending-lines of a screw-rotor resulting from FE-analysis for different wrap angles.

Bild 2 zeigt die Biegelinien von Schraubenmaschinenrotoren gleichen Querschnittes, gleicher Länge und gleicher Belastung jedoch unterschiedlichen Umschlingungswinkels, berechnet mit der Methode der Finiten-Elemente. Die Durchbiegung steigt mit zunehmendem Umschlingungswinkel. Das bedeutet, daß die Biegesteifigkeit neben der Querschnittsgeometrie stark vom Umschlingungswinkel abhängig ist.

Dieser Biegesteifigkeitsverlust eines Trägers mit verschraubtem Querschnitt gegenüber einem Träger mit unverwundenem Querschnitt kann mit der klassischen Biegetheorie [7] nicht erfaßt werden, da dort nur die konstanten Querschnittswerte A und J und der annähernd konstante Korrekturwert κ eingehen.

Zur modellhaften Erklärung des Biegeverhaltens des schrägverzahnten Rotorteiles kann man sich diesen zusammengesetzt denken aus einem Kern und den Zähnen, die um diesen herumgewickelt sind. Zwischen diesen und dem Kern besteht eine schubfe-

ste Verbindung. Für weitere Überlegungen werden die um den Kern herumgewickelten Zähne, wie in Bild 3 dargestellt, durch Schraubenfedern mit Kreisquerschnitt idealisiert. Für Schraubenfedern existiert eine analytische Lösung für die Querkraftbiegung [7].

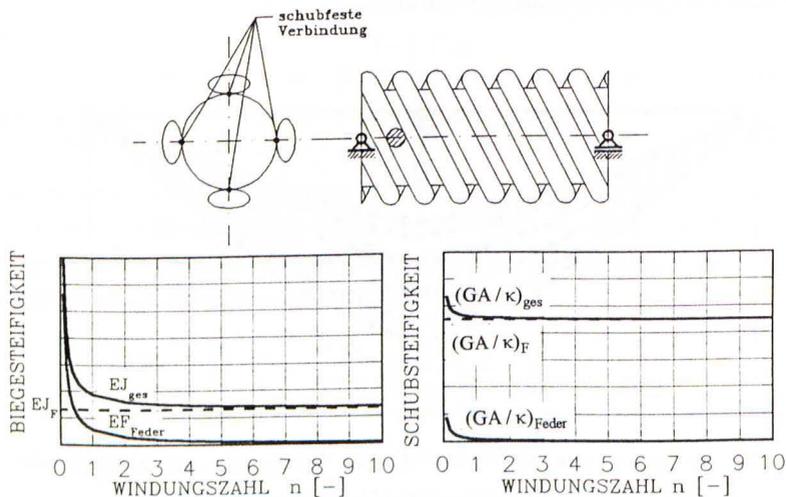


Bild 3: Kern mit 4 Schraubenfedern unwickelt; Ersatzbiege- und Ersatzschubsteifigkeit als Funktion der Windungszahl [7].

Figure 3: Shaft wrapped with 4 helical springs as model. Bending-rigidity and shear rigidity depending on the number of coils.

Verglichen mit einem wirklichen Stab erweist sich die Feder als sehr biegeweich. Unter der Annahme einer schubsteifen Verbindung zwischen dem Kern (J_F , A_F) und den z_L herumgewickelten Schraubenfedern (J_d , A_d) ergeben sich die Gesamtsteifigkeiten durch Aufsummierung der Einzelsteifigkeiten.

Bild 3 zeigt den bestehenden Einfluß der Windungszahl auf die Steifigkeiten. Der Anteil der Schraubenfedern nimmt mit zunehmender Windungszahl immer mehr ab, bis diese bei sehr großer Windungszahl praktisch keinen Beitrag zur Gesamtsteifigkeit liefern.

Aus dem Feder-Stab-Modell lassen sich folgende, das Biegeverhalten beeinflussenden Faktoren qualitativ angeben:

1. Das Verhältnis von Umschlingungswinkel φ_L zur Rotorlänge l .
2. Der Schwerpunktsradius eines Zahnes.
3. Das polare Flächenträgheitsmoment bzw. der Drillwiderstand eines Zahnes und damit die Zahnform.

2.3. Biege- und Schubsteifigkeit des Ersatzträgers

Aus den nach FE-Berechnungen bekannten Biegelinien (schrägverzahnter Rotorteil mit einer Einzelkraft belastet) wird mit Hilfe der entsprechenden analytischen Lösung der klassischen Biegetheorie unter der Annahme, daß die Schubsteifigkeit mit $\kappa = 1,111$ und der gesamten Querschnittsfläche A_{ges} gebildet wird (vgl. Abschnitt 2.1.) ein reduziertes Flächenträgheitsmoment J_{red} ermittelt. Bild 4 zeigt das Verhältnis des solcherart ermittelten J_{red} zum Flächenträgheitsmoment J_F des Kernes über dem Verhältnis vom Umschlingungswinkel φ_L zur Läuferlänge für einige in [4] untersuchte Profile.

J_{red} entspricht bei unverwundenem Querschnitt dem Flächenträgheitsmoment J_{ges} des Querschnittes und nimmt mit zunehmendem Verhältnis von φ_L/l theoretisch bis zum Flächenträgheitsmoment des Kernes J_F ab.

Folgende analytische Näherungsformel für J_{red} kann angegeben werden:

$$J_{\text{red}} = \frac{J_{\text{ges}} J_F \pi}{\pi J_F + 2(J_{\text{ges}} + J_F) \arctan \left[0,5272 \left(\frac{d_F}{d_K} \right)^{1,3161} \left(\frac{\varphi_L}{l} \right)^{1,684} \right]} \quad (2)$$

- mit J_{red} Flächenträgheitsmoment des Ersatzträgers
 J_F Flächenträgheitsmoment des Kernquerschnittes
 J_{ges} Flächenträgheitsmoment des gesamten Rotorquerschnittes
 d_F Fußkreisdurchmesser des Rotors
 d_K Kopfkreisdurchmesser des Rotors
 φ_L Verschraubungswinkel der Rotorzähne
 l Rotorlänge mm

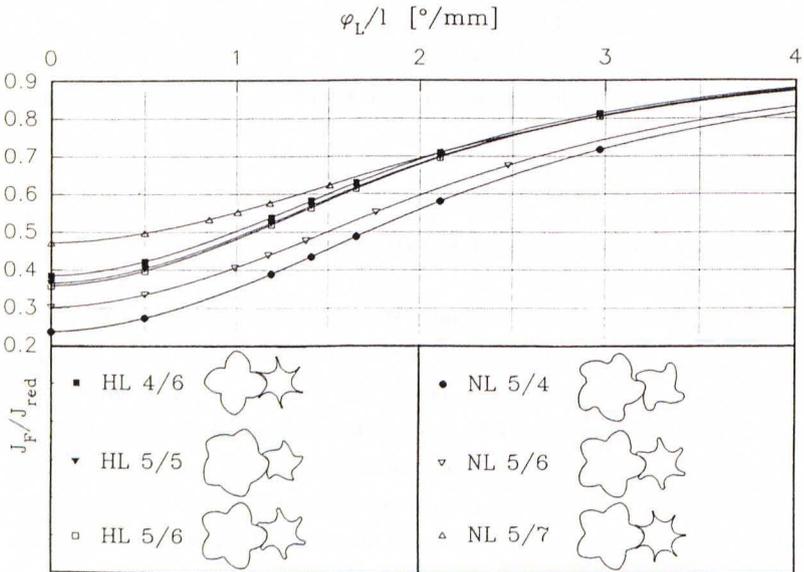


Bild 4: Verhältnis von J_F zu J_{red} als Funktion vom Verhältnis des Umschlingungswinkels φ_L zur Läuferlänge l für verschiedene Profile.

Figure 4: J_F/J_{red} depending on the wrapangle φ_L/l for different profiles.

Zur Berechnung des äquivalenten Durchmessers werden die Durchbiegungen des Schraubenmaschinenrotors, berechnet mit J_{red} , und der Schubsteifigkeit ($G A_{ges}/\kappa$), den Durchbiegungen eines Rundstabes mit dem äquivalenten Durchmesser bei gleicher Belastung gleichgesetzt.

Für den äquivalenten Durchmesser erhält man:

$$d_{\text{äq}}^2 = u + \sqrt{u^2 + v}$$

$$u = \frac{48 A_{ges} J_{red} \kappa (1 + \mu)}{\pi [A_{ges} l^2 + 24 J_{red} \kappa (1 + \mu)]}; \quad v = \frac{64 A_{ges} J_{red} l^2}{\pi [A_{ges} l^2 + 24 J_{red} \kappa (1 + \mu)]} \quad (3)$$

μ Quersahl

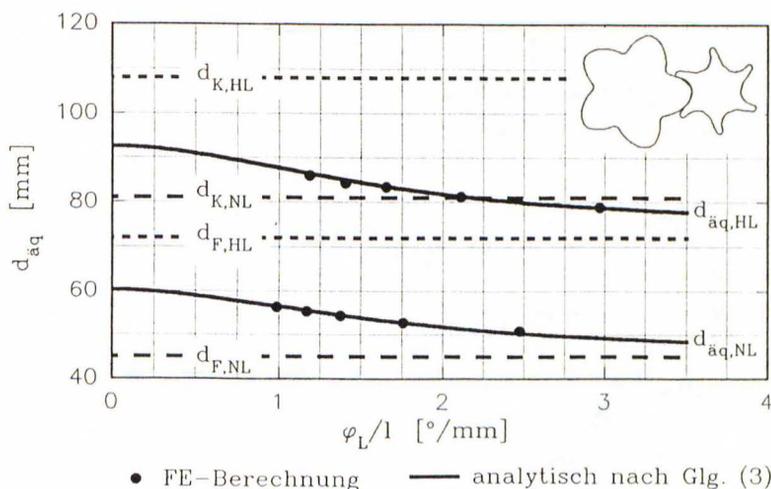


Bild 5: Äquivalenter Durchmesser eines Hauptläufers und eines Nebenläufers.
Figure 5: Equivalent diameter of a male and a female rotor.

Bild 5 zeigt die Abhängigkeit des äquivalenten Durchmessers d_{aq} vom Verhältnis φ_L/l für ein Rotorpaar. Neben dem Verhältnis φ_L/l hat vor allem die Zahnstärke entscheidenden Einfluß auf d_{aq} . So weisen Nebenläufer äquivalente Durchmesser auf, die näher beim Kerndurchmesser liegen, als jene der Hauptläufer (Gl. 2).

Die Ersatzbiegesteifigkeit $(EJ)_{ers}$ und die Ersatzschubsteifigkeit $(GA/\kappa)_{ers}$ für den schrägverzahnten Teil eines Schraubenmaschinenrotors betragen

$$(EJ)_{ers} = E \frac{d_{aq}^2 \pi}{64} \quad \left(\frac{GA}{\kappa} \right)_{ers} = \frac{G d_{aq}^2 \pi}{4 \kappa} \quad (4)$$

3. Berechnung der Durchbiegung unter Betriebsbedingungen

3.1. Ersatzträger mit Belastung zufolge der radial wirkenden Druckkräfte in einer Zahnücke

Die Berechnung der radialen Belastung einer Zahnücke aus dem herrschenden Überdruck erfolgt gemäß Bild 6.

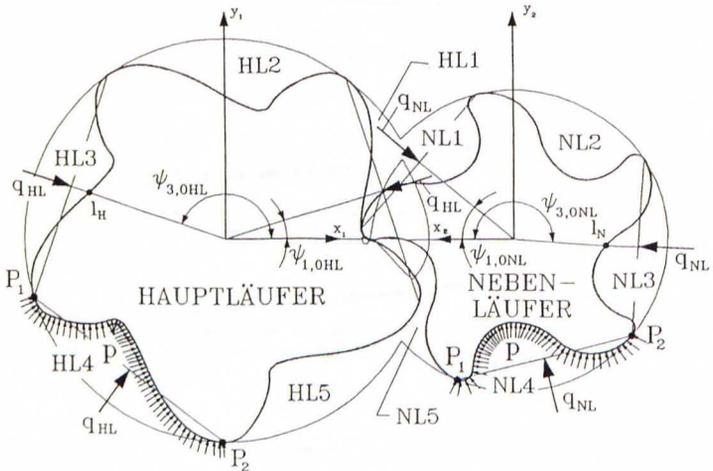


Bild 6: Bestimmung der Schnittgleichlasten und der Eingangsgrößen in das Belastungsmodell.

Figure 6: Determination of the resulting pressure load.

Nach [5] ist die Resultierende q gleich dem Produkt aus der Sehnenlänge der Strecke P_1P_2 und dem in der Zahnücke herrschenden Überdruck p . Die Wirkungslinie der Resultierenden ist normal auf die Sehne und geht durch deren Mittelpunkt.

Nach Bild 6 ergibt sich z.B. für das Zahnückenpaar 3:

$$l_s = d_K \sin\left(\frac{\pi}{z_L}\right); \quad q = l_s p; \quad q_x = l_s p \cdot \cos(\psi_{3,0}); \quad q_y = l_s p \cdot \sin(\psi_{3,0}) \quad (5)$$

z_L Zähnezahl

Die Resultierende q hat die Dimension einer Gleichlast, nämlich [N/mm]. Sie wird daher im folgenden als Schnittgleichlast bezeichnet.

Die Lastverteilung $q(z)$ für eine druckbeaufschlagte Zahnücke ergibt sich durch Aneinanderreihung der einzelnen Schnittgleichlasten. Die Werte von q sind bei konstantem Überdruck in der Zahnücke ausschließlich von der Sehnenlänge abhängig. Abweichungen von der in Gleichung (5) angegebenen Sehnenlänge, im Zahneingriffsbereich blei-

ben unberücksichtigt. Der dabei bewußt eingegangene Fehler, wird bei der Berechnung der Koordinate $z = r$, bei welcher die Zahnücke durch die Berührungslinie vollständig gegen den Ansaugraum abgeschlossen ist, im Mittel ausgeglichen.

Je nach Zähnezahl, Anzahl der unter Druck stehenden Zahnücken, Drehstellung und Steuereckenlage ergeben sich verschiedene Gleichlastverläufe $q(z)$, die es notwendig machen, die Biegelinie des schrägverzahnten Rotorteiles zufolge jeder unter Druck stehenden Zahnücke in x - und y -Richtung getrennt zu berechnen und die einzelnen Biegelinien zu überlagern. Die angegebenen Gleichungen gelten universell für jede Geometrie, für jeden Druckverlauf und für jede Drehstellung der Rotoren. Das Indikator-diagramm und die Volumskurve müssen bekannt sein.

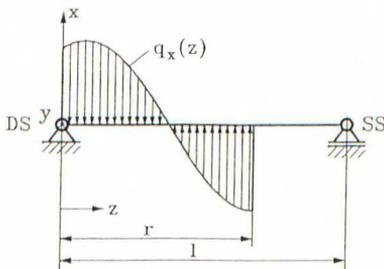
Mit fortschreitender z -Koordinate dreht sich die Wirkungslinie der Schnittgleichlast ausgehend vom Winkel $\psi_{i,0}$ bei $z = 0$ in Richtung der Verschraubung des Läufers weiter. Dadurch ergibt sich für eine teilweise mit Druck beaufschlagte Zahnücke der in Bild 7 dargestellte Belastungsverlauf für den Ersatzträger.

$$0 \leq z \leq r: \quad q_x(z) = -q \cdot \cos\left(\frac{2\pi z z_L}{h_L} + \psi_{i,0}\right) \quad q_y(z) = -q \cdot \sin\left(\frac{2\pi z z_L}{h_L} + \psi_{i,0}\right) \quad (6)$$

$$r < z < l: \quad q_x(z) = 0 \quad q_y(z) = 0$$

h_L Ganghöhe der Läuferzähne

x -Richtung:



y -Richtung:

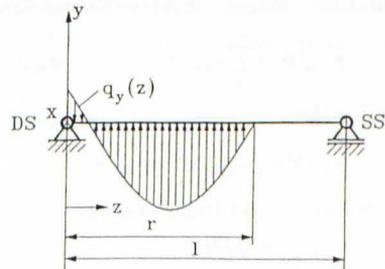


Bild 7: Belastung des Ersatzträgers in x - und y -Richtung.

Figure 7: Load of the equivalent beam in x - and y -direction.

Der Wert r gibt an, wie weit die jeweilige Zahnücke unter Überdruck steht. Bis zu $z = r$ herrscht in der Zahnücke Druck, für $z > r$ ist der mit Druck beaufschlagte Teil durch die Berührungslinie abgeschlossen und es herrscht Ansaugdruck.

Der Wert r kann aus der Verzahnungs kinematik errechnet werden. Er ergibt sich als z -Koordinate des Schnittpunktes der Schraubenlinien I_H und I_N in Bild 6 mit der Berührungslinie der Verzahnung.

3.3. Gesamtdurchbiegung

Zur Lösung des Problems hat man einen Ersatzträger mit Kreisquerschnitt mit dem Durchmesser d_{a1} mit einer sinus- bzw. cosinusförmigen Gleichlast in der Ebene $x = 0$ bzw. $y = 0$ zu belasten (Bild 7) und die daraus resultierenden Biegelinien $w_x(z)$ bzw. $w_y(z)$ zu ermitteln. Dieser Vorgang muß für alle Zahnücken in denen Überdruck herrscht wiederholt werden. Die Gesamtbiegelinie erhält man dann durch Superposition der Einzelbiegelinien. Es erweist sich als zweckmäßig zur Lösung des Problems der Querkraftbiegung unter der Belastung $q(z)$ für eine Zahnücke das Verfahren von Ritz-Galerkin zu verwenden.

Ein Ritzansatz von der Form

$$w_{x,y}(z) = \left(\frac{1}{(EJ)_{\text{ers}}} + \frac{\kappa}{(GA)_{\text{ers}}} \left\{ \frac{\pi}{l} \right\}^2 \right) \left[C_{ix,y} \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right) + 4 \cdot d_{i,x,y} \cos\left(\frac{2\pi z}{l}\right) \right] \quad (7)$$

erfüllt alle Randbedingungen und ergibt, wie ein Vergleich mit FE-Ergebnissen zeigt, ausreichende Genauigkeit.

Für die Gesamtdurchbiegung erhält man dann:

$$w_{x\text{ges}}(z) = \sum_1^{z_i} w_{i,x}(z) \quad w_{y\text{ges}}(z) = \sum_1^{z_i} w_{i,y}(z) \quad (8)$$

und schließlich:

$$w_{\text{ges}}(z) = \sqrt{w_{x\text{ges}}(z)^2 + w_{y\text{ges}}(z)^2}$$

und die Richtung der Durchbiegung:

$$\text{tg}\varphi(z) = \frac{w_{y\text{ges}}(z)}{w_{x\text{ges}}(z)}$$

Die Konstanten $C_{i,x,y}$ und $d_{i,x,y}$ ergeben sich entsprechend der Ritz'schen Methode.

Als Beispiel sei hier nur der Ausdruck für die Konstante $C_{i,x}$ wiedergegeben:

$$C_{i,x} = C_{i,xq} + C_{i,xm}$$

$C_{i,xq}$ Querkrafteinfluß

$c_{i,xm}$ Momenteneinfluß

$$c_{i,xq} = \frac{l^2 q_i h_L \left[(2l - h_L) \cos\left(\frac{\pi r_i}{l} + \frac{2\pi r_i}{h_L} + \psi_{i,0}\right) - (2l + h_L) \cos\left(\frac{\pi r_i}{l} - \frac{2\pi r_i}{h_L} - \psi_{i,0}\right) + 2h_L \cos(\psi_{i,0}) \right]}{\pi^3 (2l + h_L)(2l - h_L)} \quad (9)$$

$$c_{i,xm} = \frac{l^4 q_i h_L \left[(2l - h_L) \cos\left(\frac{\pi r_i}{l} + \frac{2\pi r_i}{h_L} + \psi_{i,0}\right) - (2l + h_L) \cos\left(\frac{\pi r_i}{l} - \frac{2\pi r_i}{h_L} - \psi_{i,0}\right) + 2h_L \cos(\psi_{i,0}) \right]}{\pi^5 (2l + h_L)(2l - h_L)} \quad (9)$$

h_L Ganghöhe der Läuferzähne

Ähnliche Ausdrücke ergeben sich für die Konstanten $c_{i,y}$, $d_{i,x}$ und $d_{i,y}$.

3.4. Maximaldurchbiegung

Die Drehstellung, bei der die Läufer die größte Durchbiegung aufweisen, ist jene, bei der eine Zahnücke, in der Verdichtungsenddruck herrscht, am weitesten zur Saugseite reicht. Dies tritt dann ein, wenn diese Zahnücke gerade die Steuerkante überfahren hat und mit der Druckleitung verbunden wird. Der zugehörige Drehwinkel $\alpha_{HL\max}$ des Hauptläufers beträgt.

$$\alpha_{HL\max} = \alpha_{Stk} + \frac{2\pi}{z_{HL}} \quad (10)$$

α_{Stk} Steuerkantenlage (10)

z_{HL} Hauptläuferzähnezahl

3.5. Biegelinien für ein ausgeführtes Rotorpaar

Für ein ausgeführtes Rotorpaar nach Bild 8 werden die Biegelinien analytisch berechnet und mit einer FE-Analyse verglichen.

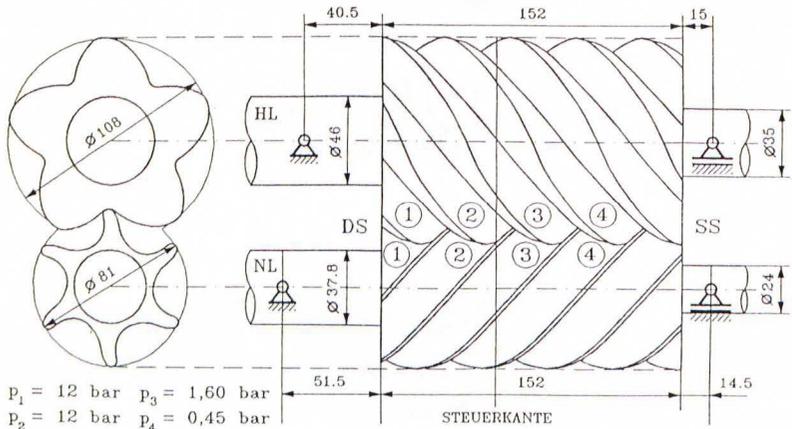


Bild 8: Rotorpaar mit 5/6-Verzahnung in einer Drehstellung $\alpha_{HL} = -45^\circ$

Figure 8: A pair of screw-rotors with 5/6 lobes in a position $\alpha_{HL} = -45^\circ$

Bild 9 zeigt die, nach obiger Theorie für den schrägverzahnnten Rotorteil des Rotorpaares aus Bild 8 mit den dort angegebenen Überdrücken, berechneten Biegelinien zufolge Druckbelastung in den Zahnlücken bzw. die Gesamtbiegelinie in x- und y-Richtung, für die Drehstellung $\alpha_{HL} = -45^\circ$.

Bild 10 zeigt die Biegelinien des Rotorpaares aus Bild 8 für verschiedene Drehstellungen α_{HL} innerhalb eines Zahnteilungswinkels des Hauptläufers. Der Ort der maximalen Durchbiegung bleibt annähernd konstant, während die Durchbiegung stark schwankt und ihren Maximalwert erreicht, wenn Gleichung (10) erfüllt ist ($\alpha_{HL} = -45^\circ$ bei $\alpha_{sk} = -117^\circ$ und $z_{HL} = 5$).

Die maximale Durchbiegung beträgt bei dieser häufig verwendeten Rotorausbildung bei 12 bar Enddruck am schrägverzahnnten Teil des Nebenläufers 0,002 mm und am schrägverzahnnten Teil des Hauptläufers 0,0005 mm.

Berücksichtigt man noch die im Bild 8 ausgeführten Wellenzapfen steigt die Nebenläuferdurchbiegung auf 0,0075 mm und die Hauptläuferdurchbiegung auf 0,0022 mm.

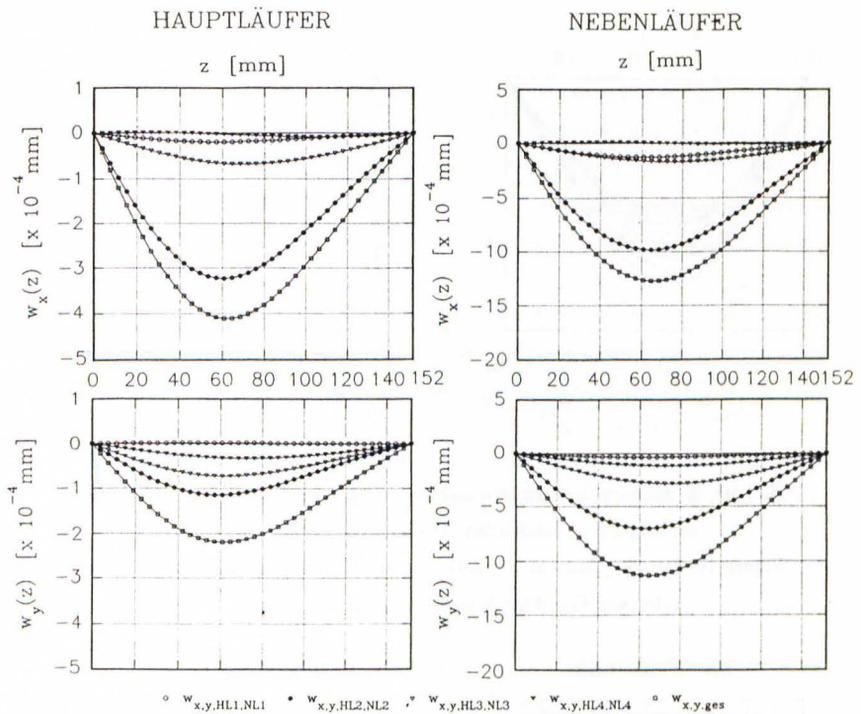


Bild 9: Biegelinien für den schrägverzahnten Teil des Haupt- bzw. Nebenträgers aus Bild 8 zufolge der dort angegebenen Belastung.

Figure 9: Bending-lines of the helical-gear part of the male and the female rotor acc. Fig. 8.

Die Biegelinien von Haupt- und Nebenträger liegen praktisch in einer Ebene unter $\varphi = 220^\circ$ für den Hauptträger und unter $\varphi = 225^\circ$ für den Nebenträger.

Eine Vergleichsrechnung mit Finiten Elementen bestätigt die Ergebnisse mit einer Maximalabweichung von ca. 5%.

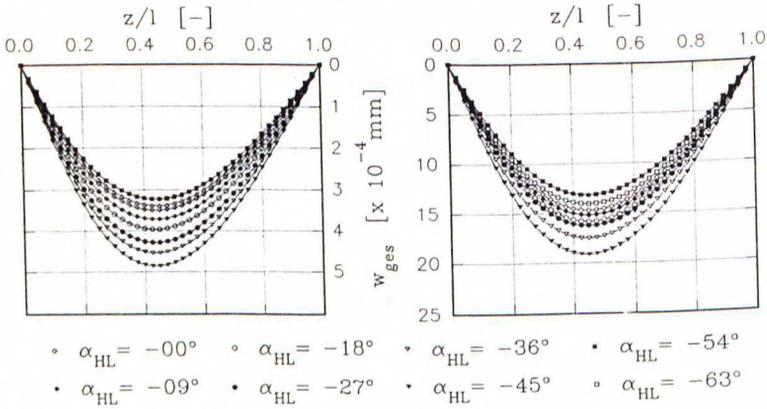


Bild 10: Biegelinien des schrägverzahnten Teiles des Haupt- bzw. Nebenläufers von Bild 8 für verschiedene Drehstellungen.

Figure 10: Bending-lines of the helical-gearred part of the male and the female rotor acc. Fig. 8 for different rotor-positions.

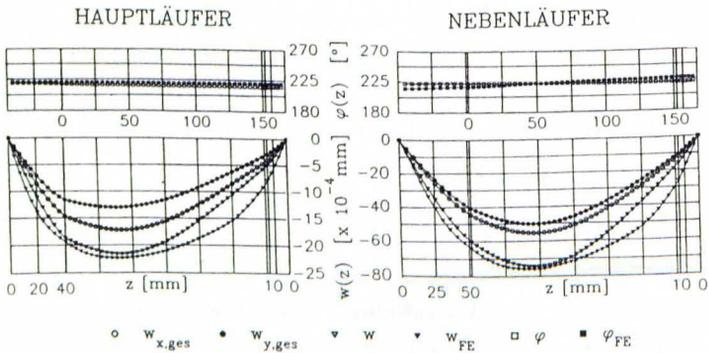


Bild 11: Biegelinien des Haupt- und Nebenläufers mit Wellenzapfen und Vergleich mit FE-Ergebnissen.

Figure 11: Bending-lines of the male and the female rotor acc. Fig. 8 with shaft-ends in relation to FE-results.

4. Schlußfolgerung

Mit dem vorgestellten analytischen Verfahren können die Durchbiegungen von Haupt- und Nebenläuferachse unter Druckbelastung näherungsweise aus der Querschnittsgeometrie, der Läuferlänge und dem Verschraubungswinkel wie bei einem glatten Träger mit Kreisquerschnitt ermittelt werden. Das Verfahren kann auf einem Taschenrechner programmiert werden und bringt gegenüber aufwendigen FE-Rechnungen einen großen Zeitgewinn.

Der Einfluß der Schubverformung, und des Verschraubungswinkels der Läuferzähne, sowie der Einfluß der Zahnform können formelmäßig durch Angabe eines äquivalenten Rotordurchmessers berücksichtigt werden. Weiters wird der große Einfluß der biegeweichen Wellenzapfen der Läufer auf die Gesamtdurchbiegung deutlich.

Die Abweichungen der analytisch erhaltenen Ergebnisse gegenüber den Ergebnissen einer aufwendigen FE-Analyse wurden für mehrere Profilformen untersucht und betragen etwa 5%.

5. Literatur

- [1] Schüler, R.: Entwicklung von Schraubenmaschinenrotoren - Ein Beitrag zur Optimierung von Schraubenmaschinen, Dissertation Universität Dortmund, 1984.
- [2] Buthmann, P.: Rechnergestützte Schraubenverdichterprofilentwicklung und -rotorenauslegung unter Berücksichtigung der betriebsbedingten Verformungen, Dissertation Ruhr-Universität Bochum, 1985.
- [3] Föltling, G.: Berechnung des dynamischen Betriebsverhaltens von Schraubenverdichtern unter Betriebsbelastung, Dissertation Ruhr-Universität Bochum, 1988.
- [4] Deix, F.: Ein Verfahren zur analytischen Berechnung der betriebsbedingten Durchbiegung von Schraubenverdichterläufern, Dissertation, TU-Wien, 1993.
- [5] Rinder, L.: Schraubenverdichter, Wien New-York, Springer-Verlag, 1979.
- [6] Rinder, L.: Der räumliche Spannungsverlauf bei der Querkraftbiegung, Dissertation TU-Wien, Verlag Notring, Wien, 1970.
- [7] Parkus, H.: Mechanik der festen Körper, 2. Auflage, Wien, New-York, Springer-Verlag, 1986.