Beeinflussung der Rotortemperaturen in trockenlaufenden Schraubenkompressoren

Th. Dreifert, Köln

Zusammenfassung

Der Artikel stellt ein einfach zu handhabendes eindimensionales Modell vor, mit dem die Temperaturverteilung in den Rotoren trockenlaufender Schraubenrotoren bestimmt und erklärt werden kann. Das Modell wird beispielhaft angewendet und mit dreidimensionalen Simulationsrechnungen verglichen. Es kann gezeigt werden, daß zum Erzielen niedriger Rotortemperaturen und kleiner Temperaturgradienten der Umschlingungswinkel und das Längen-Durchmesserverhältnis der Rotoren möglichst klein gewählt werden sollten.

Abstract

This report describes a simply to apply one dimensional model to calculate the temperature-distribution in the rotors of dryrunning screw-compressors. Some examples demonstrate the application of the model and compare it to a three dimensional approach. It can be shown, that in order to achieve low temperatures and temperatur-gradients in the rotors, the wrap-angle and the length-diameter-ratio should be kept as low as possible.

1 Einleitung

Für die sichere Funktion von Schraubenkompressoren auf einem hohen Niveau der Energiewandlung ist die Auslegung der Spalthöhen mit Rücksicht auf die betriebswarme Maschine von entscheidender Bedeutung. Die Spalthöhen können mit Hilfe eines dreidimensionalen Simulationssystems, [1] bis [7], unter Berücksichtigung des thermodynamischen, thermischen und mechanischen Verhaltens der Maschine berechnet werden.

Eine besondere Stärke von Simulationsrechnungen ist es, daß sich einzelne Wirkmechanismen isoliert voneinander untersuchen lassen und daß alle wichtigen Maschinenparameter frei wählbar sind. Der Nachteil komplexer Simulationssysteme ist der mit ihnen verbundene Aufwand.

Der vorliegende Artikel konzentriert sich auf das thermische Verhalten der Rotoren trockenlaufender Schraubenkompressoren in stationären Betriebspunkten. Dazu werden einige Geometrieparameter hinsichtlich ihrer Wirkung auf das thermische Verhalten von Schraubenrotoren mit einem eindimensionalen (1-D) Modell untersucht.

Durch seinen einfachen Ansatz wäre das 1-D-Modell auch in der industriellen Praxis handhabbar. Aufgrund seiner weitgehend analytischen Formulierung liefert es einen Beitrag zum Verständnis der Wärmeübertragung im Schraubenrotor.

2 Eindimensionale Lösung des Rotortemperaturproblems

Für die eindimensionale Lösung des Rotortemperaturproblems werden die folgenden Voraussetzungen getroffen:

Es werden nur stationäre Temperaturverteilungen betrachtet. Eine polytrope Zustandsänderung beschreibt vereinfachend den thermodynamischen Verlauf des Verdichtungsprozesses. Die Lösung beschränkt sich auf den Profilteil des Rotors, d. h. auf den Rotor ohne die beiden Wellenenden und mit adiabaten Stirnseiten. Der Profilteil wird als eindimensionaler Wärmeleiter betrachtet, d. h., daß die Rotortemperatur in einem Stirnschnitt konstant ist.

Die Lösung gliedert sich in mehrere Teilschritte, die nachfolgend kurz beschrieben werden. Eine ausführliche Herleitung des eindimensionalen Modells befindet sich in [8] und [9].

2.1 Wärmeübergang Fluid-Rotor

Die 1-D-Lösung des Rotortemperaturproblems setzt zunächst ein Modell für den Wärmeübergang zwischen Arbeitsfluid und der Profilteilmantelfläche voraus. Es basiert auf publizierten Gleichungen für die turbulente Rohrströmung, [1], [4], [8] bis [14]. Die Zustandsgrößen im Arbeitsraum hängen dabei vom bezogenen Arbeitsraumvolumen $\psi := V/V_{max}$ und vom mittleren Polytropenexponenten $\bar{n}$ ab. Daraus läßt sich für Luft eine Gleichung für den Wärmeübergangskoeffizient α in Abhängigkeit von der Rotorgeometrie, den Betriebs-, Zustands- und Stoffgrößen ableiten, [4], [8], [9].

$$\alpha = \alpha_0 \cdot \psi^{-0.5775-\bar{n}\cdot 0.2225} \qquad \text{Gl. (1).}$$

Der Wärmeübergangskoeffizient α hat die Einheit $[Wm^{-2}K^{-1}]$, wenn alle Größen in den Einheiten des Anhangs eingesetzt werden. Er besteht aus einem konstanten Anteil α_0 und einem Koeffizienten, der mit Hilfe des bezogenen Volumens ψ und des mittleren Polytropenexponenten $\bar{n}$ den aktuellen Fluidzustand beschreibt.

$$\alpha_0 = \frac{0.87 \cdot c_u^{0.8} \cdot p_{ND}^{0.8} \cdot c_{Ka,1}^{0.8}}{d^{0.2} \cdot R^{0.8} \cdot T_{Fl,ND}^{0.58} \cdot d_{Ka,1}^{0.2}} \cdot \left(1 + \left(\frac{d_{Ka,1}}{l_{Ka,1}} \right)^{\frac{2}{3}} \right) \qquad \text{Gl. (2).}$$

Der konstante Anteil α_0 ist nach Gl. (2) abhängig von der Umfangsgeschwindigkeit c_u, dem Rotordurchmesser d, der Gaskonstanten R, den Zustandsgrößen zu Verdichtungsbeginn p_{ND} und $T_{Fl,ND}$ sowie von einigen die Rotorgeometrie beschreibenden Kennzahlen ($c_{Ka,1}$, $d_{Ka,1}$ und $l_{Ka,1}$). Setzt man jeweils die denkbaren oberen bzw. unteren Grenzwerte für die Größen in Gl. (2) an, so ergibt sich für Luftkompressoren $20\ Wm^{-2}K^{-1} \leq \alpha_0 \leq 2000\ Wm^{-2}K^{-1}$, wobei beide Extremwerte beim derzeitigen Maschinenspektrum eher von theoretischer Natur sind.

Es liegt somit ein Modell vor, mit dem die lokalen, drehwinkelabhängigen Wärmeübergangskoeffizienten auf der Mantelfläche eines Schraubenrotors analytisch berechnet werden können.

2.2 Linearisierte Volumenkurve

Die Volumenkurve, d.h. die Abhängigkeit des spezifischen Arbeitsraumvolumens vom Rotordrehwinkel $\psi(\varphi_{AR})$, wird in linearisierter Darstellung verwendet, [15], [8], Bild 1. Sie läßt sich mathematisch leicht verarbeiten und bietet eine ausreichende Genauigkeit.

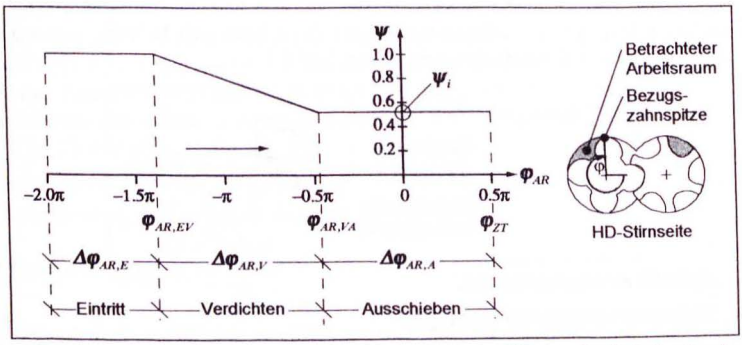

Bild 1 Bezogenes Arbeitsraumvolumen über dem HR-Drehwinkel $\psi(\varphi_{AR})$ eines Schraubenkompressors

Fig. 1 Relative volume $\psi(\varphi_{AR})$ of the working chamber of a screw-compressor vs. the angle of rotation

Die Drehwinkelbereiche für die drei Phasen des Arbeitsspiels, Eintritt $\Delta\varphi_{AR,E}$, Verdichten $\Delta\varphi_{AR,V}$ und Ausschieben $\Delta\varphi_{AR,A}$, lassen sich in Abhängigkeit vom gewählten Profil, vom Umschlingungswinkel Φ_u und vom eingebauten bezogenen Volumen ψ_i berechnen, [15], [8]. Eine Variation des Längen-Durchmesserverhältnisses oder der Baugröße hat keinen Einfluß auf den Verlauf des bezogenen Volumens $\psi(\varphi_{AR})$ eines Rotorpaares.

2.3 Repräsentativer Zahnlückenbezugspunkt

In einer Schraubenmaschine erfahren die Punkte auf der Oberfläche bei jeder Drehwinkelstellung unterschiedliche Wärmeübergangsrandbedingungen. Das gilt auch für die Punkte einer Zahnlücke in einem Stirnschnitt $z = konst.$ Während der Rotordrehung um $360°$ strömt im Bereich eines dieser Punkte eine mittlere spezifische Wärme $q_{2\pi}$ durch die Oberfläche. Mittelt man nun zusätzlich über eine Zahnlücke im Stirnschnitt, so erhält man die mittlere spezifische Wärme der Zahnlücke $q_{ZL,2\pi}$.

Für die 1-D-Rotortemperaturlösung ist man darauf angewiesen, einen für die Zahnlücke im Stirnschnitt repräsentativen Bezugspunkt anzugeben, der näherungsweise die spezifische Wärme $q_{BP,2\pi}$ aufweist, die dem Mittelwert der Zahnlücke entspricht, $q_{BP,2\pi} \approx q_{ZL,2\pi}$.

Die Lage des Bezugspunktes in einer Zahnlücke sei für alle Stirnschnitte unverändert. Die Drehung des Bezugspunktes gegenüber der Bezugszahnspitze der Zahnlücke wird mit Hilfe des

Winkels $\Delta\varphi_{BP}$ beschrieben, Bild 2. $\Delta\varphi_{BP}$ läßt sich für einen Rotor empirisch durch Vergleich von 3-D-Rechnung und 1-D-Rotortemperaturlösung bestimmen, Bild 3.

Der repräsentative Zahnlückenbezugspunkt wird der Volumenkurve zugeordnet, so daß für ihn in Abhängigkeit vom Rotordrehwinkel und vom Stirnschnitt das spezifische Arbeitsraumvolumen $\psi(\varphi,z)$ angegeben werden kann, [8]. Daraus läßt sich ableiten, wie lange sich der Zahnlückenbezugspunkt in den unterschiedlichen Phasen des Arbeitsspiels befindet, wobei sich eine starke Abhängigkeit von der Rotorgeometrie zeigt, Bild 4.

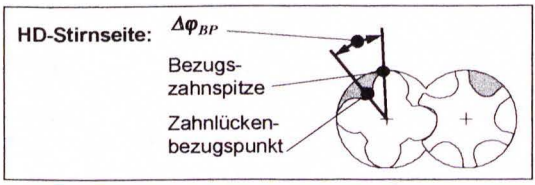

Bild 2 Zahnlückenbezugspunkt

Fig. 2 Reference point of a rotor-gap

2.4 Spezifischer Wärmestrom im Zahnlückenbezugspunkt

Mit der bisher hergeleiteten Modellvorstellung läßt sich die spezifische Wärme für den Zahnlückenbezugspunkt $q_{BP,2\pi}(z)$ abhängig vom Stirnschnitt bestimmen. Dabei ist $T(z)$ die noch unbekannte Rotortemperatur.

$$q_{BP,2\pi}(z) := \frac{1}{2\pi \cdot n} \int_0^{2\pi} \alpha(\varphi,z) \cdot \left(T_{FT}(\varphi,z) - T(z)\right) d\varphi \qquad \text{Gl. (3).}$$

Mit den Abkürzungen $eT := 1 - \bar{n}$, $e\alpha := -0.5775 - 0.2225\bar{n}$ und $s_V := (1-\psi_i)/\Delta\varphi_{AR,V}$, die sich aus der Polytropengleichung und der linearisierten Darstellung der Volumenkurve ergeben, kann das Integral in Gl. (3) explizit angegeben werden.

In Gl. (4) findet man die Ergebnisse der Integration über die Drehwinkelbereiche für Eintritt, Verdichten und Ausschieben, die wiederum von der z-Koordinate abhängen. Das Integral über den Verdichtungsbereich ergibt sich aus der linearisierten Form der Volumenkurve. Damit liegt nun eine Berechnungsvorschrift für die spezifische Wärme im Zahnlückenbezugspunkt vor.

$$q_{BP,2\pi}(z) = \frac{\alpha_0 \cdot T_{FT,ND}}{2\pi \cdot n}\left[\Delta\varphi_E(z) - \frac{\left(1 - s_V \cdot \Delta\varphi_V(z)\right)^{1+e\alpha+eT} - 1}{s_V\left(1+e\alpha+eT\right)} + \Delta\varphi_A(z) \cdot \psi_i^{e\alpha+eT}\right]$$
$$+ \frac{\alpha_0 \cdot T(z)}{2\pi \cdot n}\left[-\Delta\varphi_E(z) + \frac{\left(1 - s_V \cdot \Delta\varphi_V(z)\right)^{1+e\alpha} - 1}{s_V\left(1+e\alpha\right)} - \Delta\varphi_A(z) \cdot \psi_i^{e\alpha}\right] \qquad \text{Gl. (4).}$$

2.5 Differentialgleichung des 1-D-Modells

Das vorliegende eindimensionale und stationäre Wärmeübertragungsproblem des Schraubenrotors wird durch die folgende Differentialgleichung (DGL) beschrieben, [14]:

$$\frac{d^2T(z)}{dz^2} + \frac{\dot{W}(z,T)}{\lambda} = 0 \qquad \text{Gl. (5).}$$

Dabei ist $\dot{W}(z,T)$ die spezifische Wärmequellenleistung, λ die Wärmeleitfähigkeit des Werkstoffes und $T(z)$ die Temperatur des Rotors im Schnitt z=*konst.* Als Wärmequelle wird beim Schraubenrotor der Wärmestrom zwischen Arbeitsfluid und Rotoroberfläche wirksam. Man kann $\dot{W}(z,T)$ deshalb mit Hilfe der in Gl. (4) formulierten spezifischen Wärme $q_{BP,2\pi}(z)$, der Drehzahl n, dem Mantelflächenverhältnis σ, dem bezogenen Profilumfang U_1, der bezogenen Profilstirnfläche A_1 und dem Rotordurchmesser d ausdrücken:

$$\dot{W}(z,T) = n \cdot q_{BP,2\pi}(z,T) \cdot \frac{\sigma \cdot U_1}{A_1 \cdot d} \qquad \text{Gl. (6).}$$

Definiert man die bezogene z-Koordinate $z_1 := z/l$, und die bezogene Profilteillänge $l_1 := l/d$ so erhält man eine DGL in bezogener Längendarstellung, die erste Rückschlüsse des Einflusses der Baugröße auf die Lösung zuläßt:

$$\frac{d^2T(z_1)}{dz_1^{\,2}} = -\left[\frac{d\,\sigma\,U_1\,\alpha_0\,l_1^2}{A_1 \cdot \lambda}\right]\left(\frac{n}{\alpha_0}\,q_{BP,2\pi}(z_1,T)\right) \qquad \text{Gl. (7).}$$

Da nach Gl. (2) $\alpha_0 \sim d^{-0.2}$ ist, ergibt sich für die rechte Seite von Gl. (7) eine Proportionalität zu $d^{0.8}$. Die geometrisch ähnlich veränderte Baugröße, ausgedrückt durch d, hat damit den gleichen Einfluß auf die DGL-Lösung wie die Umfangsgeschwindigkeit oder der Eintrittsdruck gemäß Gl. (2). Die bezogene Profilteillänge l_1 hat den größten, nämlich einen quadratischen Einfluß auf die rechte Seite der DGL. Die rechte Seite von Gl. (7) hat einen vom Stirnschnitt z_1 unabhängigen, dimensionslosen Anteil (eckige Klammern) und einen von z_1 und der DGL-Lösung $T(z)$ abhängigen Anteil der Dimension $[K]$ (runde Klammern). Diese homogene, lineare Differentialgleichung 2. Ordnung läßt sich numerisch lösen, [8].

2.6 Bewertung des 1-D-Modells

Die Überprüfung der Abbildungsgüte des 1-D-Modells erfolgt durch den Vergleich mit den Ergebnissen von dreidimensionalen Finite-Elemente- (FE) Rechnungen, [8], [9]. Wie bereits erwähnt, wird im 1-D-Modell der Profilteil ohne Wellenenden, mit adiabaten Stirnseiten sowie mit einer polytropen Verdichtung berechnet. Unter analogen Bedingungen werden auch die vergleichenden 3-D-Analysen durchgeführt.

Das 1-D-Modell enthält für jeden Rotor einen empirisch zu ermittelnden Wert, der z. B. durch den Vergleich mit entsprechenden FE-Rechnungen bestimmt werden kann. Es ist dies der Winkel $\Delta\varphi_{BP}$, der festlegt, welcher Punkt der repräsentative Bezugspunkt einer Zahnlücke im Stirnschnitt ist, Bild 2. Es hat sich als sinnvoll erwiesen, diesen Winkel auf den Zahnteilungs-

winkel φ_{ZT} zu beziehen, weil der sich ergebende Quotient $\xi_{BP} := \Delta\varphi_{BP}/\varphi_{ZT}$ für alle Zähnezahlen ähnliche Zahlenwerte aufweist.

Der repräsentative Bezugspunkt liegt für den Hauptrotor üblicherweise etwa in der Mitte der Zahnlücke und für den Nebenrotor nahe dem nachlaufenden Zahnkopf. So ergeben sich Werte von $\xi_{BP,HR} \approx 0.6$ und $\xi_{BP,NR} \approx 1.0$ für Haupt- bzw. Nebenrotor, Bild 3.

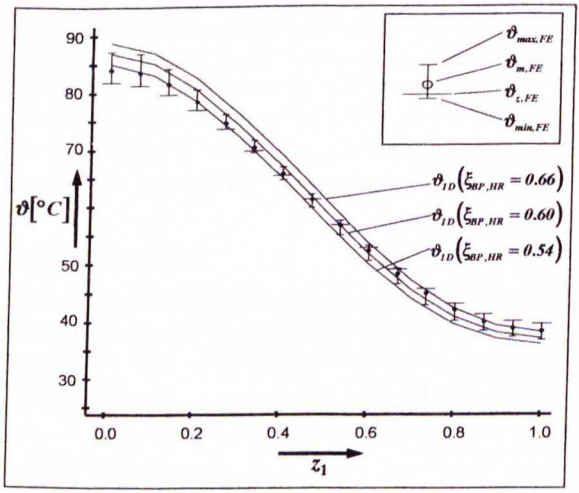

Bild 3 Empirische Anpassung des Quotienten $\xi_{BP,HR}$ durch den Vergleich von 1-D-Lösung und dreidimensionaler FE-Analyse für einen Hauptrotor

Fig. 3 Empirical approximation of the quotient $\xi_{BP,HR}$ by comparison of the one- and the three-dimensional analysis for a male rotor

Bei der Überprüfung des Modells hat sich gezeigt, daß die Koeffizienten $\xi_{BP,HR}$ und $\xi_{BP,NR}$ weitgehend unabhängig von einigen wichtigen Einflußgrößen (d_{HR}, n_{HR}, λ, p_{ND}, ϑ_{ND}) sind. Sie zeigen jedoch eine Abhängigkeit von den geometrischen Verhältnisse der Rotorbeaufschlagung. Dies sind insbesondere die Größen U_1, A_1, σ, l_1, $q_{BP,2\pi}$ in Gl. (7) und die bezogenen Geometriegrößen in Gl. (2). Der Wertebereich optimal angepaßter ξ_{BP} bei der Variation von Umschlingungswinkel und Längen-Durchmesser-Verhältnis ist jedoch relativ klein, Bild 3. So kann mit dem 1-D-Modell unter der Voraussetzung konstanter Werte für $\xi_{BP,HR}$ und $\xi_{BP,NR}$ durchaus eine aussagefähige Φ_u- oder l_1-Variation durchgeführt werden.

3 Anwendung des 1-D-Modells

An dieser Stelle wird der Einfluß des Umschlingungswinkels Φ_u und des Längen-Durchmesserverhältnisses l/d bzw. l_1 auf das thermische Verhalten von Schraubenrotoren untersucht.

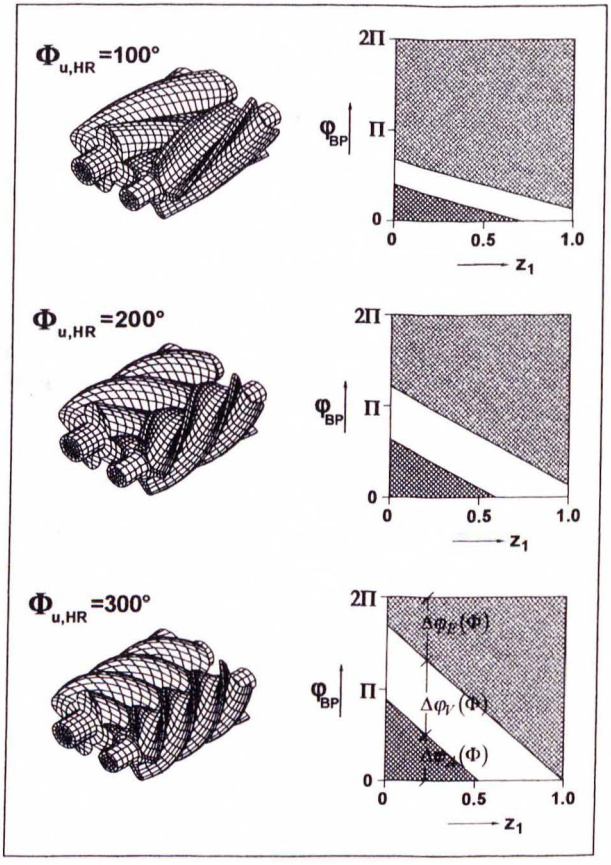

Bild 4 ***Drehwinkelbereiche für Eintritt $\Delta\varphi_E(\Phi)$, Verdichten $\Delta\varphi_V(\Phi)$ und Ausschieben $\Delta\varphi_A(\Phi)$ für den HR-Bezugspunkt aufgetragen über der Rotorlängsachse ($z_l := z/l$) für drei Umschlingungswinkel $\Phi_{u,HR}$***

Fig. 4 ***Angles of intake $\Delta\varphi_E(\Phi)$, compression $\Delta\varphi_V(\Phi)$ and exhaust $\Delta\varphi_A(\Phi)$ for the reference point of the rotor-gap vs. the rotor axis ($z_l := z/l$) for three different wrap-angles $\Phi_{u,HR}$***

Bei allen Beispielen wird Luft als ideales Gas mit einem mittleren Polytropenexponenten $\bar{n} = 1.44$ betrachtet und das eingebaute bezogene Volumen $\psi_i = 0.47$ berücksichtigt. Die Zustandsgrößen im Ansaugzustand sind generell $p_{ND} = 1.0\ bar$ und $\vartheta_{Fl,ND} = 25°C$. Die

Hauptrotorumfangsgeschwindigkeit beträgt jeweils $c_{u,HR} = 100\,ms^{-1}$ und der Wärmeleitkoeffizient des Rotorwerkstoffes $\lambda = 52\,Wm^{-1}K^{-1}$.

Die DGL des 1-D-Modells, Gl. (7) zeigt in der eckigen Klammer Einflußgrößen, die während der Drehung des Rotors und entlang seiner Längsachse konstant bleiben. Der Quotient in dieser Klammer wird wegen seiner Bedeutung bei der Interpretation der Profilteilvariation als **Leitwerteverhältnis des 1-D-Modells** Θ_{1D} definiert.

$$\boxed{\Theta_{1D} := \frac{d \cdot \sigma \cdot U_1 \cdot \alpha_0 \cdot l_1^2}{A_1 \cdot \lambda} = \frac{\text{Leitwert Wärmeübertragung}}{\text{Leitwert Wärmeleitung}}} \qquad \text{Gl. (8).}$$

Das Leitwerteverhältnis Θ_{1D} weist einen engen Zusammenhang mit den Temperaturgradienten in Rotorlängsrichtung auf. Alle Größen im Zähler von Θ_{1D} wirken verstärkend auf die Temperaturgradienten, während die Größen im Nenner sie abschwächen. Dementsprechend zieht ein hoher Wert von Θ_{1D} große Temperaturdifferenzen im Rotor nach sich, s. 3.2.

Als weitere wichtige Einflußgrößen haben sich die drei Winkel $\Delta\varphi_{E,HD}$, $\Delta\varphi_{V,HD}$ und $\Delta\varphi_{A,HD}$, herausgestellt. Diese Winkel beschreiben, über welche Drehwinkel der Bezugspunkt der Zahnlücke an der HD-Stirnseite jeweils die Zustandsgrößen von Eintritt, Verdichten und Ausschieben erfährt, Bild 4. Diese drei Winkel sind somit ein Charakteristikum für die thermische Belastung eines Rotors.

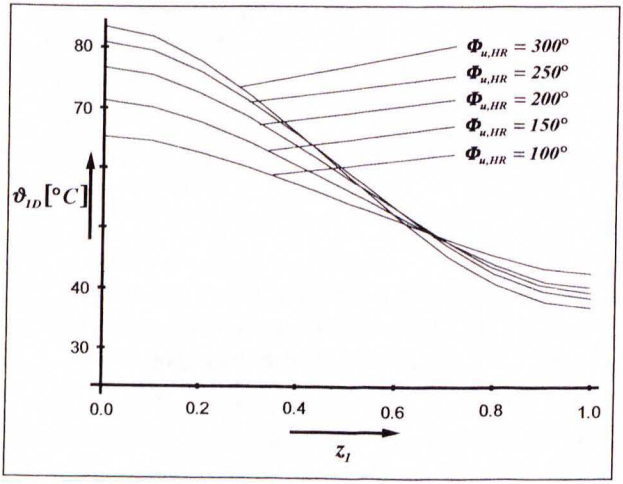

Bild 5 Hauptrotortemperatur $\vartheta_{1D}(z_1)$ für verschiedene Umschlingungswinkel

Fig. 5 Male-rotor temperatures $\vartheta_{1D}(z_1)$ for different wrap-angles

3.1 Umschlingungswinkelvariation

Der Einfluß des Umschlingungswinkels auf die Rotortemperaturverteilung wird hier beispielhaft an einem (4+6)-Profil mit $l_{1,HR} = 1.66$ untersucht. Unabhängig vom Umschlingungswinkel wird $d_{HR} = 0.102\,m$ angenommen. Dadurch ergeben sich für $\Phi_{u,HR} = 250°$ und $\Phi_{u,HR} = 300°$ etwas geringere (2% bzw. 5%) maximale Kammervolumina als für die anderen Umschlingungswinkel. Die Ergebnisse beruhen auf dem 1-D-Modell mit $\xi_{BP,HR} = 0.57$.

Der Wert des Leitwerteverhältnisses Θ_{1D} wird bei der Umschlingungswinkelvariation im wesentlichen durch α_0, Gl. (2), beeinflußt. Der Wert von α_0 sinkt sehr stark mit zunehmendem Umschlingungswinkel, weil die Strömungsgeschwindigkeit in der Zahnlücke mit steigendem $\Phi_{u,HR}$ erheblich abnimmt. So sinkt auch Θ_{1D} mit zunehmendem Umschlingungswinkel, wodurch sich die Temperaturdifferenzen zwischen den beiden Rotorstirnseiten verringern müßten.

Durch die deutliche Abhängigkeit der Drehwinkelbereiche für Verdichten $\Delta\varphi_{V,HD}$ und Ausschieben $\Delta\varphi_{A,HD}$ vom Umschlingungswinkel, Bild 4, steigen jedoch sowohl die Gradienten als auch das Temperaturniveau im Rotor mit dem Umschlingungswinkel, Bild 5.

Die Umschlingungswinkelabhängigkeit der Temperaturverteilung des Nebenrotors ist etwas geringer als für den Hauptrotor, weil sich durch die größere Zähnezahl die Unterschiede der drei Drehwinkelbereiche verringern. Die Abhängigkeit der Rotortemperaturen vom Umschlingungswinkel ist nach dem dreidimensionalen noch etwas größer als mit dem 1-D-Modell berechnet wurde, [8].

3.2 Einfluß des Längen-Durchmesser-Verhältnisses

Im Gegensatz zum Umschlingungswinkel hat das Längen-Durchmesser-Verhältnis l/d bzw. $l_{1,HR}$ keinen Einfluß auf die Winkel $\Delta\varphi_{E,HD}$, $\Delta\varphi_{V,HD}$ und $\Delta\varphi_{A,HD}$. Die bezogene Profilteillänge l_1 geht jedoch quadratisch in das Leitwerteverhältnis Θ_{1D} ein, Gl. (8), was direkten Einfluß auf die Differentialgleichung des 1-D-Modells hat.

Bild 6 zeigt beispielhaft die Abhängigkeit der Rotortemperatur von der bezogenen Profillänge für einen Hauptrotor mit (4+6)-Profil und $\Phi_{u,HR} = 250°$. Für die drei Geometrien gilt: $l_{1,HR} = 1.3$: $d = 0.115m$, $\Theta_{1D} = 11.5$; $l_{1,HR} = 1.66$: $d = 0.102m$, $\Theta_{1D} = 16.7$ und $l_{1,HR} = 2.0$: $d = 0.093m$, $\Theta_{1D} = 23.0$. Mit l_1 steigt demnach auch die Temperaturdifferenz $\vartheta_{1D,HD} - \vartheta_{1D,ND}$. Dieses Verhalten, die „Drehung" der Temperaturverläufe um einen Punkt in der Rotormitte, ist typisch für Variationen, bei denen sich allein das Leitwerteverhältnis Θ_{1D} der DGL des 1-D-Modells ändert.

3.3 Schlußfolgerungen

Das in Abschnitt 2 vorgestellte eindimensionale Modell hat sich bei der Untersuchung des thermischen Verhaltens von Schraubenkompressorrotoren bewährt. Es liefert qualitativ stets die gleichen Aussagen wie die jeweils parallel durchgeführten 3-D-Simulationen. Unterschiede in

der Quantität der Ergebnisse ergeben sich aufgrund der unterschiedlichen Ansätze von 1-D- und 3-D Modell, wobei beide Modelle mit Meßwerten abgeglichen werden sollten, [7], [5].

Mit Hilfe des 1-D-Modells läßt sich die Diskussion von Ergebnissen vielfach quantitativ führen. Der empirische Beiwert ξ_{BP} wird dabei konstant gehalten, was angesichts seines kleinen Wertespektrums akzeptabel erscheint. Als besonders aussagekräftig erweisen sich die **drei Winkel** $\Delta\varphi_{E,HD}$, $\Delta\varphi_{V,HD}$ und $\Delta\varphi_{A,HD}$, Bild 4, sowie das **Leitwerteverhältnis** Θ_{1D}, Gl. (8).

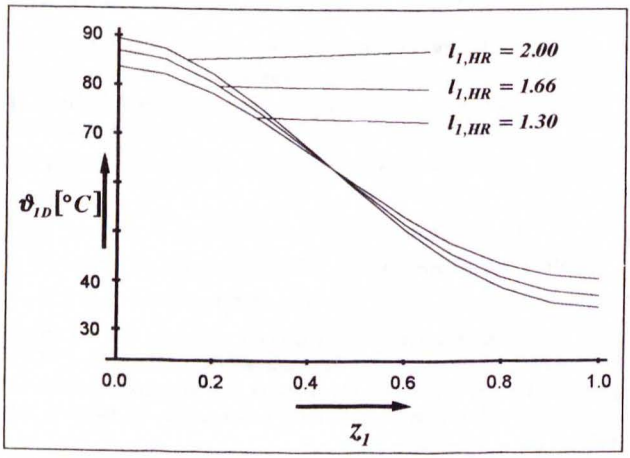

Bild 6: Hauptrotortemperatur für drei Längen-Durchmesser-Verhältnisse mit konstantem Ansaugvolumenstrom

Fig. 6: Male-rotor temperatures for different length-diameter-ratios with constant flow

Das 1-D-Modell ermöglicht bei vergleichsweise kleinem Aufwand auch Variationsrechnungen mit mehreren freien Parametern, Bild 7.

Die wichtigste geometrische Einflußgröße auf die Rotortemperaturen ist der **Umschlingungswinkel**. Er hat erheblichen Einfluß auf die Kontaktdauer zwischen Fluid und Rotoroberfläche in den unterschiedlichen Phasen des Arbeitsspiels. Es sollten möglichst kleine Umschlingungswinkel angestrebt werden, soweit thermodynamische Erfordernisse dies zulassen.

Auch das **Längen-Durchmesserverhältnis** sollte so klein, wie aus thermodynamischen und konstruktiven Überlegungen heraus möglich, gewählt werden. Auf diese Weise erreicht man relativ kleine axiale Temperaturgradienten und entsprechend gleichmäßige Spalthöhenverläufe.

Geringen Einfluß haben die **Zähnezahl** und das **Profil** auf die Temperaturen des Hauptrotors, [8]. Für die Temperatur des Nebenrotors ist jedoch die **Zähnezahldifferenz** zwischen Haupt- und Nebenrotor von Bedeutung.

Es zeigt sich, daß mit steigender Baugröße und mit sinkendem Wärmeleitkoeffizienten die Temperaturgradienten und die maximalen Temperaturen im Rotor zunehmen, [8]. Das läßt sich auch am Leitwerteverhältnis Θ_{1D}, Gl. (8), ablesen. Als Rotorwerkstoffe sind deshalb beson-

ders solche interessant, die eine hohe Wärmeleitfähigkeit λ mit einem kleinen linearen Ausdehnungskoeffizienten vereinen. Diesbezüglich weisen die im Prozeßgasmaschinenbau eingesetzten CrNi-Stähle vergleichsweise ungünstige Eigenschaften auf.

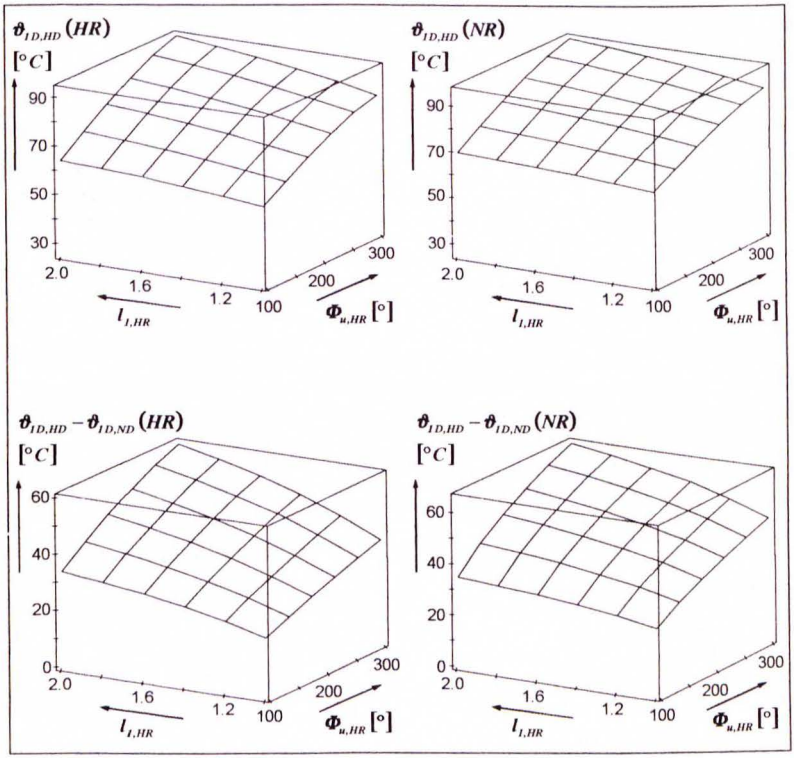

Bild 7 Kombinierte Umschlingungswinkel- und Längen-Durchmesser-Variation mit dem 1-D-Modell. Bedingung: Konstantes theoretisches Fördervolumen bei konstanter HR-Umfangsgeschwindigkeit durch Anpassung der Durchmesser

Fig. 7 Rotor-temperatures calculated with 1-D-model for different length-diameter-ratios and wrap-angles with constant flow and constant tip-speed by adjusting the rotor-diameter.

Besonders interessant erscheinen die vorgelegten Ergebnisse im Hinblick auf Kompressoren für niedrige Druckverhältnisse, wie dem Schraubenlader. Bei diesen Maschinen sind nach [15] und [16] auch aus thermodynamischen Gesichtspunkten heraus kleine Umschlingungswinkel und kleine Längen-Durchmesserverhältnisse anzustreben, was zu den hier dargelegten thermischen Überlegungen paßt.

Verzeichnis der Abkürzungen und Indizes

Abk. bzw. Index	Bedeutung
A	Ausschieben, exhaust
AR	Arbeitsraum, working chamber
BP	repräsentativer Bezugspunkt, reference point
E	Eintritt, intake
FE	Finite-Elemente, finite-element
Fl	Fluid, fluid
HD	Hochdruckseite, high pressure side
HR	Hauptrotor, male rotor
Ka	Kanal im Sinne der Strömungsmechanik, hydraulic duct
m	Arithmetisches Mittel über alle FE-Knoten eines Rotorstirnschnittes, average of all FE-knots of a rotor cross-section
max	Maximalwert, maximum
min	Minimalwert, minimum
ND	Niederdruckseite, low pressure side
NR	Nebenrotor, female rotor
V	Verdichten, compression
z	auf der Rotorlängsachse, on the rotor axis
ZL	Zahnlücke, meshing gap
1	Kennzahl, dimensionless number
1-D o. 1D	eindimensionales Modell, one dimensional model
2π	über eine Rotordrehung um 2π, for a full rotation

Verzeichnis dimensionsbehafteter Größen

Symbol	Einheit	Bedeutung
A	m^2	Stirnfläche Profil, profile cross-section
c	ms^{-1}	Geschwindigkeit, velocity
c_u	ms^{-1}	Umfangsgeschwindigkeit, tip speed
d	m	Kopfkreisdurchmesser Profil, tip diameter
l	m	Länge Profilteil, rotor length
n	s^{-1}	Drehzahl, rotational speed
p	bar	Druck, pressure
q	Jm^{-2}	spezifische Wärme, specific heat
R	$Jkg^{-1}K^{-1}$	Gaskonstante, gas constant
T	K	Temperatur, temperature
U	m	Umfang des Profils im Stirnschnitt, circumference of the profile cross-section
$\dot{W}$	Wm^{-3}	spez. Wärmequellenleistung, specific power of heat source
z	m	Koordinate der Rotorlängsachse, coordinate on rotor axis
α	$Wm^{-2}K^{-1}$	Wärmeübergangskoeffizient, heat transfer coefficient
α_0	$Wm^{-2}K^{-1}$	konstanter Anteil des Wärmeübergangskoeffizienten, heat transfer coefficient, Gl.(2)
ϑ	$°C$	Temperatur, temperature
λ	$Wm^{-1}K^{-1}$	Wärmeleitkoeffizient, heat conductivity

Verzeichnis dimensionsloser Größen u. Winkel

Symbol	Bedeutung
$A_1 := \frac{A}{d^2}$	bezogene Profilstirnfläche, relative cross-section
$c_{Ka,1} := \frac{c_{Ka}}{c_u}$	bezogene Kanalgeschwindigkeit, relative hydraulic velocity
$d_{Ka,1} := \frac{d_{Ka}}{d}$	bezogener hydraulischer Kanaldurchmesser, relative hydraulic diameter
eT	Exponent Temperatur, exponent for temperature
$e\alpha$	Exponent Wärmeübergangskoeffizient, exponent for heat transfer
$\frac{l}{d} = l_{1,HR}$	Längen-Durchmesserverhältnis des Hauptrotors, length-diameter ratio of the male rotor
$l_1 := \frac{l}{d}$	bezogene Profilteillänge, relative rotor length ($l_{1,HR} = \frac{l}{d_{HR}}$ und $l_{1,NR} = \frac{l}{d_{NR}}$)
$l_{Ka,1} := \frac{l_{Ka}}{d}$	bezogene Kanallänge, relative length of hydraulic duct
$\bar{n}$	Polytropenexponent, polytropic exponent
$U_1 := \frac{U}{d}$	bezogener Profilumfang, relative profile circumference
$z_1 := \frac{z}{l}$	bezogene z-Koordinate, relative z-coordinate
Θ	Leitwerteverhältnis, quotient of heat transfer and conductivity, Gl. (8)
φ	Winkel aus Drehung des Rotors, angle of rotor rotation

Φ	Winkel aus Umschlingung des Rotors, angle of rotor wrapping
Φ_u	Umschlingungswinkel, wrap angle
$\xi_{BP} := \frac{\Delta\varphi_{BP}}{\varphi_{ZT}}$	Faktor zur Beschreibung der Lage des Zahnlückenbezugspunktes, factor giving the position of the reference point of a rotor gap
$\sigma := \frac{O(\Phi)}{O(\Phi = 0)}$	Mantelflächenverhältnis (O: Mantelfläche Profilteil), quotient of the surface of a wrapped and unwrapped rotor
$\psi := \frac{V}{V_{max}}$	bezogenes Volumen, relative volume
$\psi_i := \frac{V_{min}}{V_{max}}$	eingebautes bezogenes Volumen, build in relative volume

Literatur

[1] Gödde, R. — *Simulation des instationären Betriebes von Schraubenkompressoren. Diss. Universität Dortmund. Düsseldorf: VDI Verlag 1994.*

[2] Kauder, K., Gödde, R. — *Untersuchungen des instationären Schraubenmaschinenbetriebes. Schraubenmaschinen Nr. 1. Dortmund: Universitätsdruckerei 1993.*

[3] Kauder, K., Dreifert, T., Keller, G., Rofall, K. — *Probleme der Anwendung der Finiten-Elemente-Methode in Schraubenmaschinen. VDI Jahrbuch'94 Energietechnik. Düsseldorf: VDI Verlag 1995.*

[4] Kauder, K., Keller, G. — *Wärmeübergangsrandbedingungen für Schraubenmaschinen. Schraubenmaschinen Nr. 3. Dortmund: Universitätsdruckerei 1995.*

[5] Kauder, K., Rofall, K. — *Vergleich von gerechneten und gemessenen Gehäusetemperaturen von trokkenlaufenden Schraubenkompressoren. Schraubenmaschinen Nr. 3. Dortmund: Universitätsdruckerei 1995.*

[6] Kauder, K., Dreifert, T. — *Profileingriffspaltberechnung für betriebswarme Schraubenkompressoren. Schraubenmaschinen Nr. 3. Dortmund: Universitätsdruckerei 1995.*

[7] Rofall, K. — *Ein Beitrag zur Verifizierung eines Simulationssystems für trockenlaufende Schraubenkompressoren. Diss. Universität Dortmund. Düsseldorf: VDI Verlag 1998.*

[8] Dreifert, T. — *Thermisches Verhalten der Rotoren von Schraubenkompressoren. Dissertation Universität Dortmund. Düsseldorf: VDI Verlag 1997.*

[9] Dreifert, T. — *Berechnung der Temperatur in den Rotoren von Schraubenkompressoren. Schraubenmaschinen Nr. 5. Dortmund: Universitätsdruckerei 1997.*

[10] Grigull, U. — *Die Grundgesetze der Wärmeübertragung. 3. Auflage. Berlin/Heidelberg/New York: Springer-Verlag 1963.*

[11] Hausen, H. — *Erweiterte Gleichungen für den Wärmeübergang in Rohren bei turbulenter Strömung. Wärme- und Stoffübertragung 7 (1974).*

[12] N. N. — *Wärmetechnische Arbeitsmappe. 13. Auflage. Düsseldorf: VDI Verlag 1988.*

[13] N. N. — *VDI-Wärmeatlas. 6. Auflage. Düsseldorf: VDI Verlag 1991.*

[14] Baehr, H.-D., Stephan, K. — *Wärme- und Stoffübertragung. Berlin/Heidelberg/New York: Springer-Verlag 1994.*

[15] Rau, B. — *Ein Beitrag zur Auslegung trockenlaufender Schraubenkompressoren. Dissertation Universität Dortmund. 1994.*

[16] Weckes, N. — *Ein Beitrag zur Optimierung geometrischer und thermodynamischer Kenngrößen von Schraubenladern. Dissertation Universität Dortmund. 1994.*