

Entwicklung, Beurteilung und Optimierung von Rotorprofilen mit der Profilsteigungsfunktion

o. Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. **L. Rinder**,
Univ.Ass. Dipl.-Ing. Dr. techn. **M. Grafinger**, Wien/A

Zusammenfassung

Die Profilsteigungsfunktion dient zur speziellen Koordinatendarstellung von Rotorverzahnungen. Die Darstellung berücksichtigt bereits das Verzahnungsgesetz. Mit Hilfe einer Profilsteigungsfunktion können Hauptläuferverzahnung, Nebenläuferverzahnung und Zahnstangenverzahnung in allgemeiner Form dargestellt werden. Abgeleitete Größen wie Krümmung, Schmiegun und Geschwindigkeiten sind in einfacher Weise zu berechnen. Die Profilsteigungsfunktionen von komplizierten Flankenformen sind sehr einfach. Ausgehend von der Profilsteigungsfunktion können Schraubenrotor-Verzahnungen entwickelt und verbessert werden.

Abstract

The "profile-gradient-function" is used to get a special description of the coordinates of a screw-rotor-profile. The description is based on the fundamental law of gearing. With one "profile-gradient-function" the profile-coordinates of the male and the female rotor and of the rack-profile are determined in a general way. Derived values like the curvature, the conformity and the velocities are obtained simply. The "profile-gradient-functions" of complicated flanks usually are very simple. Starting with the "profile-gradient-function" new screw rotor profiles can be developed and improved.

1. Allgemeines

Die Profilformen von Schraubenmaschinen-Rotoren beeinflussen das Betriebsverhalten, die Genauigkeit und den Herstellungsaufwand der Läufer ganz wesentlich. Viele Profile, meist ausgehend vom Krugar-Profil (1878), wurden mehr oder weniger durch Probieren gefunden oder verbessert. Wegen der Forderung nach dichtem Abschluß der Zahnlückenräume müssen sehr komplizierte Sonderverzahnungen verwendet werden [1]. So besitzt der Nebenläufer praktisch nur Zahnfüße, der Hauptläufer nur Zahnköpfe. Der Hauptläufer-Kopfpunkt muß zweimal zum Eingriff kommen, was nur bei einer punkterzeugten Nebenläuferflanke möglich ist, die aber keine Laufeigenschaften besitzt. Technisch brauchbare Verzahnungen besitzen deshalb mehr oder weniger große Blaslöcher. Die Flankenverläufe von modernen Ver-

dichterverzahnungen bestehen aus vielen Kurvenstücken, die teilweise am Nebenläufer, aber auch am Hauptläufer definiert werden /2/. Als Kurven werden Kreise, Gerade, Evolventen, Trochoiden und Kreishüllbahnen von Trochoiden verwendet /2/ /3/. Die analytische Beschreibung solcher Verzahnungen musste für jedes zusammenarbeitende Flankenpaar getrennt, mit oft großem mathematischem Aufwand für Flanke und Gegenflanke erfolgen /2/. Gleiches gilt für die Werkzeugprofile. Ein Vergleich verschiedener Verzahnungssysteme ist nur nummerisch möglich. Das Ersetzen von bestimmten Flankenkurven durch einfachere Profilformen ist meist mit einem kompletten Neuentwurf der Verzahnung verbunden. Die Profilsteigungsfunktion bringt hier wesentliche Verbesserungen. Durch Angabe einer einzigen Profilsteigungsfunktion sind Hauptläuferflanken, Nebenläuferflanken und Werkzeugprofile in einfacher allgemeiner Darstellung bestimmt. Die Variation der Zähnezahlen, der Übergang zu Kreishüllbahnen von Flanken, der Ersatz von Kurvenstücken durch andere werden in anschaulicher Form mit geringem Aufwand möglich. Unbrauchbare Flankenformen, Unterschneidungen und punkterzeugte Flanken können dargestellt und vermieden werden.

Die Profilsteigungsfunktionen der für Schraubenmaschinen verwendeten Flankenkurven sind sehr einfach. Meist sind es Gerade, oder einfache Arcustangensfunktionen. Die Profilsteigungsfunktion wurde erstmals 1993 von R. Steffens in einer Dissertation für die Erstellung von Rootsgebläse-Rotoren verwendet /4/ /5/. Sie ist aber auch für die Beschreibung und Verbesserung von Schraubenmaschinen-Verzahnungen sehr gut geeignet.

2. Profilsteigungsfunktion - Definition und theoretische Grundlagen

Die Profilsteigungsfunktion ist eine spezielle Koordinatendarstellung von Zahnflanken. Die Darstellung berücksichtigt bereits das Verzahnungsgesetz. Ein Flankenpunkt P wird nicht durch die Flankengleichung in kartesischen Koordinaten festgelegt, sondern durch den Parameterdrehwinkel φ , für den der Punkt P Eingriffspunkt wird und den Steigungswinkel der Flankentangente α (φ).

Der Funktionsverlauf des Winkels α (φ) zwischen Tangente und x-Achse ist die Profilsteigungsfunktion. Sie bestimmt die Verzahnung noch nicht eindeutig, sondern beschreibt eine Schar von Flankenverläufen, die Parallelkurven sind. Parallelkurven besitzen gleiche Normalen- und Tangentenrichtungen und haben die gleiche Evolute. Eindeutig kann ein Flankenpaar einschließlich des Zahnstangenprofils erst durch die Flankennormalen-Differentialgleichung mit Berücksichtigung der Randbedingung bestimmt werden (Bild 1).

Von Haupt- und Nebenläufer sind gegeben: Die Zähnezahlen Z_H und Z_N und der Achsabstand a . Die Wälzkreise von Haupt- und Nebenläufer r_{W1} und r_{W2} können dann berechnet werden.

Der Verlauf der Steigung der Flankentangenten kann nun für den Hauptläufer, den Nebenläufer oder für die Zahnstange stückweise festgelegt werden. Weiters muß ein Flankenpunkt bekannt sein. Dieser kann ebenfalls am Hauptläufer oder am Nebenläufer oder auf der Zahnstange liegen.

Dieser Punkt positioniert die Flanke relativ zum jeweiligen Radsystem. Statt der Profilsteigungsfunktion einer Radflanke kann auch ein Flankenstück in einem der Rad-

systeme festgelegt werden. Aus der Tangentenkonstruktion an die Flankenkurve ergibt sich dann die benötigte Profilsteigungsfunktion des jeweiligen Rades aus der letztlich Gegenflanke, Eingriffslinie und Zahnstangenprofil folgen.

Zur konventionellen Profilbeschreibung dienen vier kartesische Koordinatensysteme die jeweils radsystemfest bzw. raumfest sind (Bild 1).

- a.) Radsystem 1: Koordinaten x_1 und y_1 Drehwinkel bis zum Eingriff des Punktes P: φ
- b.) Radsystem 2: Koordinaten x_2 und y_2 Drehwinkel bis zum Eingriff des Punktes P: φ_2
- c.) Zahnstangensystem: x_p und y_p Schiebestrecke bis zum Eingriff von P: x Es gilt $x = r_{w1}\varphi = r_{w2}\varphi_2$
- d.) ortsfestes System für die Eingriffslinie: x_0 und y_0

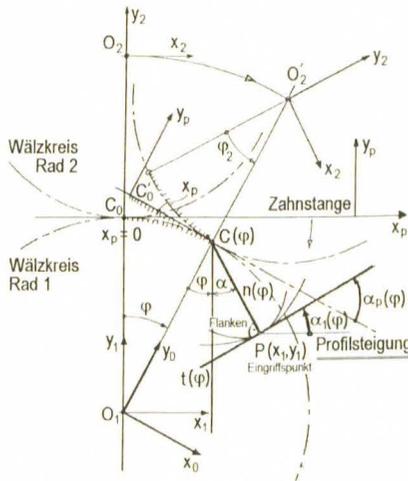


Bild 1: Profilsteigungsfunktion, Flankennormale und Koordinatensysteme
 Fig 1: Profile-gradient-function, normals of the flanks and coordinate-systems

Mit der Profilsteigung $\alpha_1(\varphi)$ für Rad 1 und der Flankennormalen $n(\varphi)$ erhält man mit Bild 1 die Flankenkoordinaten im x_1y_1 -System in allgemeiner Form.

$$\begin{aligned} x_1(\varphi) &= r_{w1} \cdot \sin \varphi + n(\varphi) \cdot \sin \alpha(\varphi) \\ y_1(\varphi) &= r_{w1} \cdot \cos \varphi - n(\varphi) \cdot \cos \alpha(\varphi) \end{aligned} \quad (1)$$

und die Eingriffslinie im x_0y_0 -System

$$\begin{aligned}x_o(\varphi) &= n(\varphi) \sin(\varphi + \alpha) \\y_o(\varphi) &= r_{w1} - n(\varphi) \cdot \cos(\varphi + \alpha)\end{aligned}\quad (2)$$

Für das Rad 2 folgt aus Bild 1

$$\begin{aligned}x_2(\varphi) &= r_{w1} \cdot i \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{i}\right) + n(\varphi) \cdot \sin\left[\left(1 - \frac{1}{i}\right)\varphi + \alpha_1(\varphi)\right] \\y_2(\varphi) &= r_{w1} \cdot i \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{i}\right) - n(\varphi) \cdot \cos\left[\left(1 - \frac{1}{i}\right)\varphi + \alpha_1(\varphi)\right]\end{aligned}\quad (3)$$

wobei gilt: $i = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ Übersetzungsverhältnis

und aus der Rollbedingung $r_{w1} \cdot \varphi = r_{w2} \cdot \varphi_2$ wird $\varphi_2 = \frac{1}{i} \cdot \varphi$

Das Zahnstangenprofil folgt mit $x = r_{w1}\varphi = r_{w2} \cdot \varphi_2$ zu

$$\begin{aligned}x_p(\varphi) &= n(\varphi) \cdot \sin(\varphi + \alpha_1(\varphi)) + r_{w1} \cdot \varphi \\y_p(\varphi) &= -n(\varphi) \cdot \cos(\varphi + \alpha_1(\varphi))\end{aligned}\quad (4)$$

Die Flankengleichungen lassen sich formal einheitlich darstellen

$$\begin{aligned}x_j(\varphi) &= r_{w1} \cdot i \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{i}\right) + n(\varphi) \cdot \sin\left[\left(1 - \frac{1}{i}\right)\varphi + \alpha_1(\varphi)\right] \\y_j(\varphi) &= r_{w1} \cdot i \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{i}\right) - n(\varphi) \cdot \cos\left[\left(1 - \frac{1}{i}\right)\varphi + \alpha_1(\varphi)\right]\end{aligned}\quad (5)$$

Man setzt für das Rad 1: $j = 1 \quad i = 1$

Man setzt für das Rad 2: $j = 2 \quad i = \frac{r_{w2}}{r_{w1}}$

Übersetzungsverhältnis: $i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$

Bild 1 ergibt für den Zusammenhang der Profilsteigungsfunktionen von Rad 1, Rad 2 und für die Zahnstange:

$$\alpha_2 = \left(1 - \frac{1}{i}\right) \cdot \varphi + \alpha_1(\varphi) \quad \text{bzw.} \quad \alpha_p = \varphi + \alpha_1(\varphi)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{i} \varphi \quad \text{und} \quad x = r_{w1} \cdot \varphi = r_{w2} \cdot \varphi_2 \quad (6)$$

Die Länge der Flankennormalen $n(\varphi)$ zwischen Eingriffspunkt und Wälzpunkt ergibt sich aus

$$\tan \alpha_1(\varphi) = \frac{dy_1}{dx_1} = \frac{dy_1/d\varphi}{dx_1/d\varphi} \text{ durch Einsetzen der Flankengleichungen (1) folgt:}$$

$$\frac{dn(\varphi)}{d\varphi} = -r_{w1} \cdot \sin(\varphi + \alpha_1(\varphi))$$

bzw. für die Zahnstange mit $\varphi, r_{w1} = x$ (7)

$$\frac{dn(\varphi)}{dx_p} = -\sin(\varphi + \alpha_1(\varphi)) \quad \text{oder} \quad \frac{dn(\varphi)}{dx_p} = -\sin(\alpha_p(x))$$

Die Normalen-Differentialgleichung (7) ist leicht integrierbar. Die Integrationskonstante folgt aus der Position der Flankenkurve im Radsystem.

2.1. Profilsteigungsfunktionen gebräuchlicher Rotorflanken

Da nach Gleichung 6 zwischen den Profilsteigungsfunktionen von Rad 1, Gegenrad 2 und Zahnstangenprofil ein sehr einfacher Zusammenhang besteht, ist es zweckmäßig die Herleitung für jene Flankenform vorzunehmen, die den einfachsten Verlauf hat.

So etwa wird man die Profilsteigungsfunktion einer Evolventenflanke für das Zahnstangenprofil herleiten, das bekanntlich eine Gerade ist. Zykloidenflanken können als Gegenprofil einer Geradflanke als Durchmesser-Hüllbahn des Rollkreises ermittelt werden.

Man erhält:

2.1.1. Profilsteigungsfunktion für die Wälzkreise und alle konzentrischen Kreise wie Kopfkreise, Fußkreise und für die Rollgerade der Zahnstange ausgehend von der Zahnstangen-Rollgeraden mit Gleichung 6.

$$\begin{aligned} \alpha_p(\varphi) &= 0 \\ \alpha_1(\varphi) &= -\varphi \\ \alpha_2(\varphi_2) &= -\varphi_2 = +\frac{r_{w1}}{r_{w2}} \cdot \varphi \quad \text{und} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{dn(\varphi)}{dx_p} = -\sin(0) = 0 \quad n(\varphi) = \text{konst}$$

2.1.2. Beliebige Geradflanke bzw. eine Schar paralleler Geradflanken ausgehend vom Rad mit der Geradflanke (z.B. Rad 1)

$$\alpha_1(\varphi) = \text{konst}$$

$$\alpha_2(\varphi) = \left(1 - \frac{1}{i}\right) \cdot \varphi + \text{konst} = \left(1 + \frac{r_{w1}}{r_{w2}}\right) \cdot \varphi + \text{konst} \quad (9)$$

Die Gegenflanke eines Durchmessers von r_{w1} ist bekanntlich eine gespitzte Zyklode am Rad 2 mit dem Rollkreisdurchmesser von $r_{w2}/2$. Die Profilsteigungsfunktion von Zykliden und deren Parallelkurven ergibt sich somit ohne zusätzlichen Aufwand automatisch bei einfachster Lage

$$\alpha_2(\varphi_2) = - \left(\frac{r_{w2}}{r_{w1}} + 1\right) \cdot \varphi_2$$

mit dem Rollkreis der punkterzeugten Zyklode $\bar{r} = \frac{r_{w1}}{2}$ zu

$$\alpha_2(\varphi_2) = - \left(\frac{r_{w2}}{2\bar{r}} + 1\right) \cdot \varphi_2 = c \cdot \varphi_2$$

Die Profilsteigungsfunktion einer gespitzten Zyklode als Flanke am Rad 1 mit dem Rollkreisradius \bar{r} wird damit

$$\alpha_1(\varphi) = - \left(\frac{r_{w1}}{2\bar{r}} + 1\right) \cdot \varphi \quad (10)$$

2.1.3 Profilsteigungsfunktion der Evolvente

Aus dem geradflankigen Zahnstangenprofil erhält man sofort mit dem Eingriffswinkel α_w

$$\alpha_p(\varphi) = \left(\frac{\pi}{2}\right) - \alpha_w$$

Die Gegenflanken sind Evolventen mit dem Eingriffswinkel α_w

$$\alpha_1(\varphi) = \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_w\right) - \varphi$$

$$\alpha_2(\varphi) = \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_w\right) - \varphi_2 \quad (11)$$

2.1.4 Punkterzeugte Flanken und deren Parallelkurven

Ein Punkt P am Rad 2 mit den Koordinaten $x_2 = 0$ $y_2 = r_{w2}(1+\lambda)$ (Bild 2) beschreibt beim Abrollen auf r_{w1} eine Epitrochoide mit der Gleichung in Parameterdarstellung

$$x_1 = (r_{w1} + r_2) \sin \varphi + \lambda \cdot r_2 \sin \left(\varphi \cdot \left(\frac{r_{w1} + r_2}{r_2} \right) \right) \quad (12)$$

$$y_1 = (r_{w1} + r_2) \cos \varphi + \lambda \cdot r_2 \cos \left(\varphi \cdot \left(\frac{r_{w1} + r_2}{r_2} \right) \right)$$

Für $\lambda < 1$ erhält man eine gestreckte Radlinie
 Für $\lambda = 1$ erhält man eine gespitzte Radlinie (Zykloide)
 Für $\lambda > 1$ erhält man eine verschlungene Radlinie

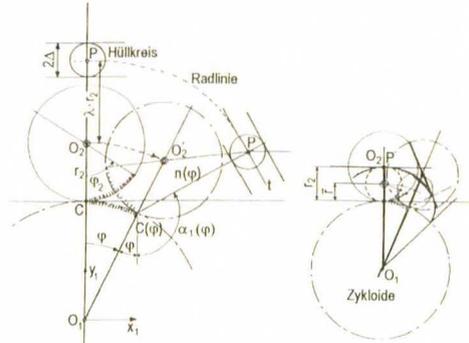


Bild 2: punkterzeugte Flanken, Radlinien und deren Kreishüllbahnen
 Fig 2: point-generated-flanks, trochoids and parallel-curves of trochoids

Bild 2 ergibt für die Profilsteigungsfunktion

$$\alpha_1(\varphi) = \arctan \frac{x_1 - r_{w1} \sin \varphi}{r_{w1} \cdot \cos \varphi - y_1} \quad \text{für } x_1 \text{ und } y_1 \text{ ist aus Gl. 12 einzusetzen} \quad (13)$$

Damit ist die "Gegenflanke" zur Radlinie (12) deren erzeugender Punkt P. Als Sonderfall ist die Profilsteigungsfunktion der Zykloide (Gl 10) auch hier zu spezialisieren mit $r_2 = \bar{r}$ und $\lambda = 1$ wird $\alpha_1(\varphi) = c.\varphi$.
 Für das Zahnstangenprofil erhält man

$$\alpha_p(\varphi) = \varphi + \arctan \cdot \frac{x_1 - r_{w1} \sin \varphi}{r_{w1} \cos \varphi - y_1} \quad (14)$$

Für den die Radlinie erzeugenden Punkt P ergibt Gl 10 eine Profilsteigungsfunktion $\alpha_2(\varphi)$ obwohl ein Punkt keine Tangenten und Normalen besitzt. Dies kommt daher, dass die Profilsteigungsfunktion nicht zwischen Radlinie und Kreishüllbahn der Radlinie unterscheidet. $\alpha_2(\varphi)$ gilt auch für alle Kreishüllbahnen. Der erzeugende Kreis mit dem Mittelpunkt in P besitzt die Profilsteigung $\alpha_2(\varphi)$. P selbst muß als Kreis mit

infinitesimalem Radius angesehen werden. Die Normalengleichung wird für eine Kreishüllbahn zu einer Radlinie mit dem Hüllkreisradius Δ .

$$n(\varphi) = \int -r_{w1} \sin(\varphi + \alpha_1(\varphi)) d\varphi + \text{const} \pm \Delta$$

$\alpha_1(\varphi)$ aus Gl 13 eingesetzt.

Die Integrationskonstante folgt aus den Randbedingungen.

2.1.5 Kreisflanken mit dem Mittelpunkt am Wälzkreis

Für die Flanke eines Kreises mit dem Mittelpunkt am Wälzkreis erhält man sofort, oder mit der Spezialisierung aus (13), weil alle Flankennormalen durch den Mittelpunkt gehen müssen:

$$\alpha_1(\varphi) = \text{beliebig für } \varphi = \varphi_M \text{ (} \varphi_M = \text{Drehwinkel für den der Kreisflankenmittelpunkt zum Wälzkreis wird.)}$$

Bild 3 zeigt die Profilsteigungsfunktionen wichtiger Flankenkurven.

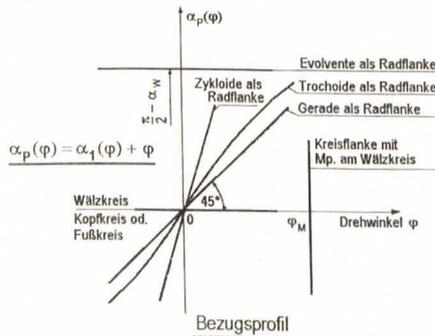


Bild 3: Profilsteigungsfunktionen verschiedener Flankenkurven
Fig 3: profile-gradient-functions of different curves for the flanks

2.2 Profilsteigungsfunktionen der Schraubenmaschinenverzahnungen im Vergleich

Wegen des einfachen Zusammenhanges zwischen den Profilsteigungsfunktionen von Rad 1, Rad 2 und Zahnstangenprofil nach Gl 6, der besonders in grafischer Darstellung Bild 4 deutlich wird, braucht nur immer eine Profilsteigungsfunktion untersucht zu werden.

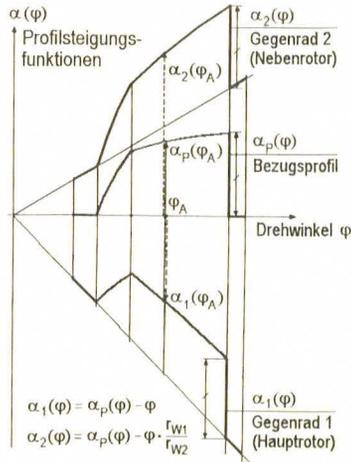


Bild 4: Profilsteigungsfunktion von Hauptläufer, Nebenläufer und Zahnstangenprofil
 Fig 4: profile-gradient-functions for male-rotor, female-rotor and for the rack-profile

Damit Rotoren mit verschiedenen Zähnezahlen nicht gesondert behandelt werden müssen, empfiehlt es sich die Profilsteigungsfunktion des Zahnstangenprofils über einer, mit der Teilung dimensionslos gemachten Koordinate aufzutragen. Die Bilder von sechs Bezugsprofilsteigungsfunktionen von, für die Rotorentwicklung charakteristischen Verzahnungsprofilen, zeigen trotz unterschiedlichster Flankenformen die Gemeinsamkeiten und die Verbesserungsschritte.

2.2.1 Krigar-Profil

Bild 5 zeigt das erste Schraubenverdichterprofil nach Krigar und die Profilsteigungsfunktion des Bezugsprofils.

Triebflanke und Dichtflanke sind symmetrisch und bestehen nur aus punkterzeugten Flanken mit Radlinien als Gegenflanken.

Die Triebflanken haben positive Profilsteigung, die Dichtflanken eine negative Profilsteigung. Die Profilsteigungsfunktion reicht bis zum Schnittwinkel der Gehäusebohrungen. Das Blasloch ist Null.

Fuß- und Kopfkreise werden durch eine Gerade $\alpha_p(\varphi) = 0$ dargestellt (2.1.1). Die

Profilfußpunkte \bar{P} und \bar{P} sind infinitesimale Kreise mit den Mittelpunkten am Wälzkreis. Nach 2.1.5 ist deren Profilsteigungsfunktion eine vertikale Gerade. Der anschließende Hauptläufer-Flankenteil ist die Punktbahn des Punktes P_N . P_N beschreibt eine Zykloide. Mit (10) oder aus 2.1.4 ist die Profilsteigungsfunktion eine Gerade. Daran anschließend folgt der Kopfpunkt des Hauptläufers P_H . P_H stellt die "Hauptläuferflanke" dar. Die Gegenflanke ist eine verschlungene Radlinie mit der Profilsteigungsfunktion

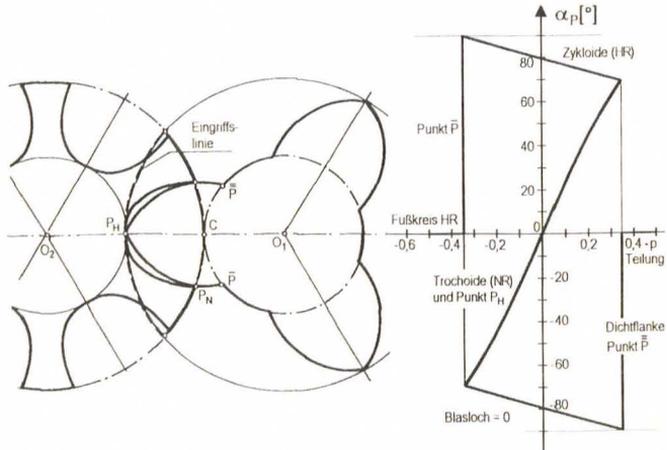


Bild 5: Krigar-Profil mit zugehöriger Profilsteigungsfunktion
 Fig 5: Krigar-profile and the profile-gradient-function

$$\alpha_p(\varphi) = \varphi + \arctan \cdot \frac{x_1 - r_{w1} \sin \varphi}{r_{w1} \cos \varphi - y_1}$$

Die anschließende Dichtflanke ist symmetrisch.

Die Profilsteigungsfunktion ist für das Profil leicht zu finden und umgekehrt kann, ausgehend von einer abgeänderten Profilsteigungsfunktion, das Profil beider Läufer aus den Gleichungen (5) und das Werkzeugprofil aus den Gleichungen (4) in allgemeiner Form mit geringem Aufwand ermittelt werden.

2.2.2 Symmetrisches SRM-Profil

Der Nachteil des Krigar-Profiles ist, daß seine ausschließlich punkterzeugten Flanken in direktem Flankenkontakt nicht lauffähig sind. Das symmetrische SRM-Profil (Bild 6) ist gut lauffähig besitzt aber große Blaslöcher.

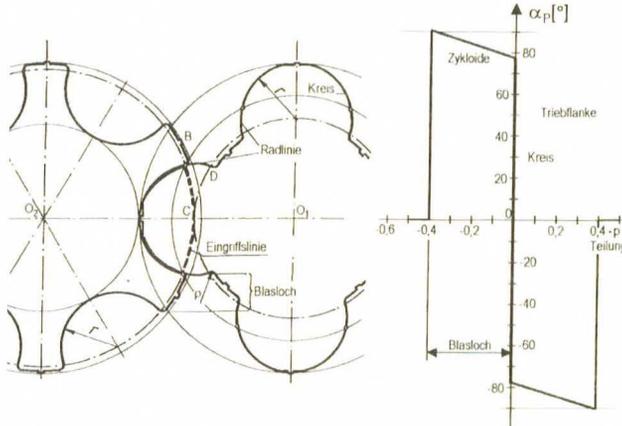


Bild 6: Symmetrisches SRM-Profil mit der Profilsteigungsfunktion
 Fig 6: Symmetrical SRM-profile and the profile-gradient-function

Der Hauptteil des Profils besteht aus einer Kreisflanke mit dem Mittelpunkt am Hauptläufer-Wälzkreis. Die Profilsteigungsfunktion ist demnach eine vertikale Gerade für $\varphi = 0$. Die Flanke BD am Hauptläufer ist eine gespitzte Radlinie des Punktes B (Der Rundungskreis wurde mit $\rho = 0$ angenommen.) Die Profilsteigungsfunktion der Zykloide ist eine Gerade. Der Fußpunkt des Profils bildet sich wieder als vertikale Gerade ab und Kopf- und Fußkreis sind mit $\alpha_p = 0$ abgebildet. Die Blaslochbereiche sind sehr groß. Die Verzahnung ist nicht dicht. Die Profilsteigungsfunktion des symmetrischen SRM-Profiles besteht nur aus Geradenstücken und ist sehr einfach zu entwerfen.

2.2.3 Lysholm-Profil

Das Lysholm-Profil (Bild7) ist asymmetrisch und besitzt an der Dichtflanke kein Blasloch. Die Triebflanke ist vom symmetrischen SRM-Profil übernommen, die Dichtflanke vom punkterzeugten Krigar-Profil. Die Profilsteigungsfunktion kann deshalb aus den Bildern 5 und 6 zusammengesetzt werden (Bild 7).

Das Lysholm-Profil ist die Basis von allen modernen, dichten, gut lauffähigen Rotorprofilen.

Optimierungskriterien sind:

- Bessere Lauffähigkeit an Trieb- und Dichtflanke durch geringere Empfindlichkeit auf Achsfehler durch unterschiedliche Flankenkrümmung von Haupt- und Nebelläufer aber dennoch gute Schmiegung an den Triebflanken (z.B. im asymmetrischen SRM-Profil verwirklicht).
- Bessere Lauffähigkeit durch Ersetzen der punkterzeugten Flanken durch Kreishüllbahnen von punkterzeugten Flanken (z.B. im Sigma-Profil und Evolventenprofil realisiert).

- Steigerung der Dichtigkeit durch kleinere Blaslöcher und kurze Berührungslinienlängen.
- Genaue und billige Herstellung mit einfachen Werkzeugen (z.B. im Evolventenprofil realisiert).
- Geringere spezifische Gleitung, geringe Relativgeschwindigkeiten.

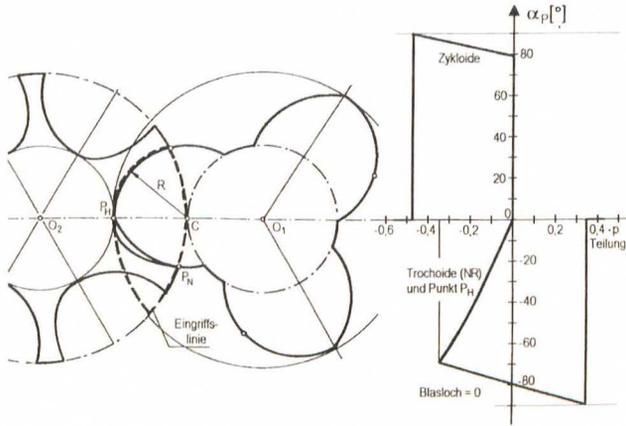


Bild 7: Lysholm-Profil mit der Profilsteigungsfunktion
 Fig 7: Lysholm-profile and the profile-gradient-function

Mit Hilfe der Profilsteigungsfunktion können auch aus den Flankengleichungen abgeleitete Größen, wie Schlupf, Geschwindigkeiten, Krümmung und Schmiegun der Flanken leicht berechnet und optimiert werden ebenso wie die Zahnlückenflächen und die Berührungslinienlängen und Blaslochflächen $A/|I|$.

Die Entwicklung sei an drei Beispielen gezeigt:

2.2.4 Asymmetrisches SRM-Profil

Bild 8 zeigt das asymmetrische SRM-Profil mit der zugehörigen Profilsteigungsfunktion. Ein Vergleich der Profilsteigungsfunktion mit dem Lysholm-Profil zeigt sofort die wesentlichen Änderungen. An der Triebflanke werden die beiden Flankenteile, nämlich Kreis und Zyklonoide durch die Kreishüllbahn einer Radlinie ersetzt. Der Kreismittelpunkt ist vom Wälzkreis wegerrückt. Die Profilsteigungsfunktion ist eine arctan-Funktion. Nur am Hauptläuferkopf ist noch ein kleines Stück Kreisflanke vorhanden (vertikale Linie). Das Ersetzen des kantigen Überganges am Hauptläufer-Zahnfuß durch einen Kreisbogen mit dem Mittelpunkt am Wälzkreis macht sich nur in einem Fehlen von Eingriffspunkten bei der

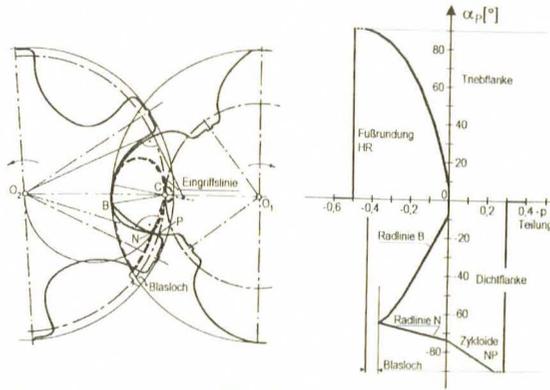


Bild 8: Asymmetrisches SRM-Profil mit der Profilsteigungsfunktion
 Fig 8: Asymmetric SRM-profile and the profile-gradient-function

Profilsteigungsfunktion bemerkbar. Der Nebenläufer bekommt dann automatisch Zahnköpfe mit dem Profil des Rundungskreises. Die Dichtflanke ist im wesentlichen punkterzeugt durch die Punkte B und N. Die Gegenflanken sind Radlinien mit einer arctan-Profilsteigungsfunktion. Daran schließt eine Geradflanke PN am Nebenläufer an. Die Profilsteigungsfunktion des Wälzkreisdurchmessers ist eine Gerade, die Gegenflanke eine Zyklode (2.1.2). Die Größe des Blasloch-Bereichs ist aus der Profilsteigungsfunktion zu sehen.

2.2.5 Sigma-Profil

Das in Bild 9 dargestellte Sigma-Profil besitzt keine punkterzeugten Flanken.

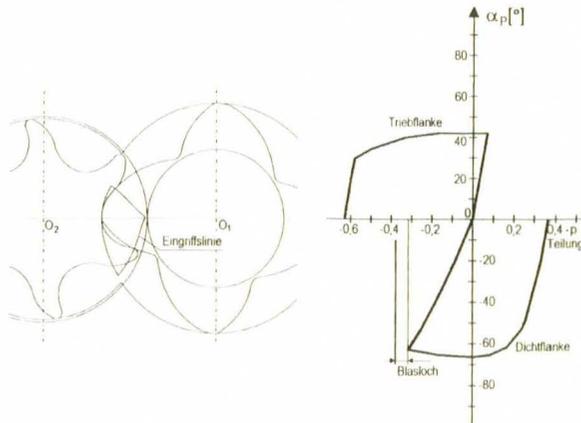


Bild 9: "Sigma-Profil" mit der Profilsteigungsfunktion
 Fig 9: "Sigma-profile" and the profile-gradient-function

Dichtheit und Lauffähigkeit sind sehr gut. Alle Flankenstücke sind Kreis- Hüllbahnen von Radlinien. Die Hüllkreisdruchmesser variieren von Flankenstück zu Flankenstück.

Die Profilsteigungsfunktion setzt sich nur aus arctan-Kurvenstücken zusammen. Für jene Flankenstücke deren Flankenkreismittelpunkte in der Nähe der Wälzkreise liegen ist die Mittelpunktsbahn annähernd eine Zyklode und die Profilsteigungsfunktion ist fast eine Gerade.

Der charakteristische Verlauf der Profilsteigungsfunktion wie er im Lysholm-Profil gegeben ist, kann auch beim Sigma-Profil erkannt werden, auch dann wenn die Erzeugung ganz anders erfolgt und andere Flankenformen verwendet werden.

2.2.6 Zahnstangen-Evolventenprofil

Das Zahnstangen-Evolventenprofil wurde aus der Idee entwickelt mit möglichst einfachen Wälzfräserprofilen eine Schraubenverdichterverzahnung herzustellen und die gute Lauffähigkeit der bekannten Evolventenverzahnung auch für Schraubenrotoren zu nutzen.

Das Profil wird durch die Zahnstangenform definiert. Für die Profilsteigungsfunktion macht es keinen Unterschied, ob ein Profil oder Profilteil am Haupt- oder Nebenläufer oder für die Zahnstange gegeben ist.

Die Zahnstange besteht aus den zwei Geradflanken mit den Eingriffswinkeln α_{w1} und α_{w2} und aus zwei Kopfrundungskreisen ρ_1 und ρ_2 sowie zwei Fußrundungskreisen ρ_3 und ρ_4 .

Ein bewährtes Profil mit der erzeugenden Zahnstange zeigt Bild 10. Die Profilsteigungsfunktion besteht, entsprechend den sechs Kurvenstücken der Zahnstange, aus sechs Teilen. Die Fußrundungskreise ρ_1 und ρ_2 erzeugen Kreishüllbahnen zu Radlinien und ergeben ganz einfache arctan-Funktionen für die Profilsteigung. Daran schließen sich die beiden Evolventenflanken an, die durch $\alpha(\varphi) = \text{konst.}$ zu erkennen sind.

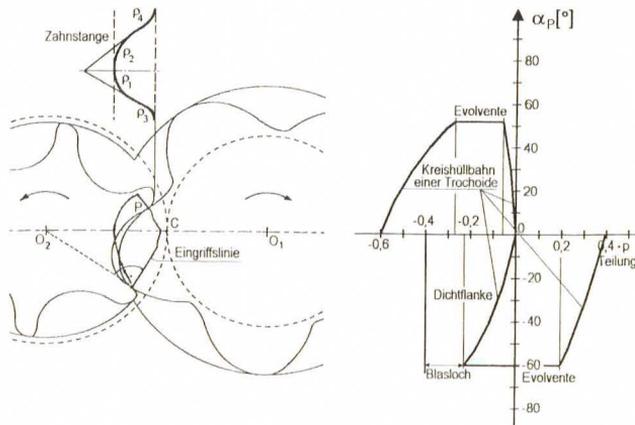


Bild 10: Zahnstangenprofil für Evolventenflanken mit der Profilsteigungsfunktion
Fig 10: Rack-profile for involute-flanks and the profile-gradient-function

Die Kopfrundungskreise ergeben wieder Kreishüllbahnen von Radlinien und damit arctan-Funktionen für die Profilsteigung. Die Radlinien der Kreismittelpunkte sind einfache Sonderformen nämlich verschlungene und gestreckte Kreisevolventen.

Ein Vergleich der Profilsteigungsfunktionen des Sigma-Profiles und des Evolventenprofils zeigt deren Ähnlichkeit obwohl beide Profile völlig anders erhalten werden und die Zielsetzung bei der Entwicklung eine andere war. Das Sigma-Profil ist aus Kreisflankenstücken am Nebenläufer und teilweise am Hauptläufer definiert, das Evolventenprofil ist durch seine Zahnstange aus Geraden und Rundungskreisen bestimmt.

Es erweist sich oft als zweckmäßig für die Definition einer Verzahnung die Profilsteigungsfunktion zu benutzen und diese aus einfachen Kurvenverläufen (Geraden) aufzubauen.

So könnte man, ausgehend vom Sigma-Profil Kurvenstücke durch Gerade ersetzen und so ein Profil erhalten, welches aus Zykloiden und Evolventen aufgebaut ist.

Da die Profilsteigungsfunktion für Parallelkurven von Flanken gleich ist, könnte man auch versuchen z.B. das Krigarprofil durch eine Kreishüllbahn zu ersetzen. Dies muß aber zu einem Blasloch führen, weil der Nebenläufer einen größeren Durchmesser erhalten muß und außerdem fehlende Eingriffsbereiche entstehen, so wie beim asymmetrischen SRM-Profil.

Die Profilsteigungsfunktion ermöglicht es auch technisch unbrauchbare, mehrfach überdeckte Flanken und Unterschneidungen von Flanken zu erkennen (Bild 11).

Brauchbare Flanken sind dadurch gekennzeichnet, dass mit zunehmendem Drehwinkel auch der Eingriffspunkt auf der Flanke fortschreitet. Grenzwert ist die "punkterzeugte Flanke". Für alle Drehwinkel schreitet die Flanke nicht fort sondern die "Flanke" bildet sich in einem Punkt ab. Beim "Rückschritt" wird für fortschreitende Flankenpunkte der Drehwinkel rückläufig. Es entsteht ein zweiter, den ersten überdeckender Flankenteil. Nur eine Flanke kann technisch realisiert werden. Der zweite Ast wird weggeschnitten. Der Eingriff für diesen Flankenteil ist nicht möglich (Bild 11). Grenze ist die punkterzeugte Flanke. Es gilt mit der zugehörigen Profilsteigungsfunktion für den "Rückschritt" als notwendige Bedingung.

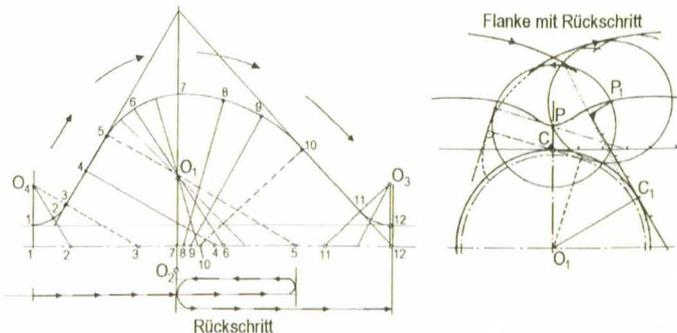


Bild 11: Unbrauchbare, mehrfach überdeckte Flanken und "Rückschritt" beim Zahnstangenprofil

Fig 11: unuseable, multiple covered flanks and regress at the rack-profile

$$\alpha_1(\varphi) < \arctan \left[\frac{x_1 - r_{w1} \sin \varphi}{r_{w1} \cos \varphi - y_1} \right] \quad (16)$$

3. Ausblick

Die Profilsteigungsfunktion ermöglicht eine umfassende analytische Darstellung allgemeiner Verzahnungen.

Ausgangspunkt für die Synthese von Schraubenrotor-Verzahnungen sind bekannte Lösungen, aus denen verbesserte, alternative Verzahnungen mit der Profilsteigungsfunktion gezielt gefunden werden können.

Die Profilsteigungsfunktion ist der Ausgangspunkt für eine einheitliche Profiltheorie. Sie ist einfach zu handhaben. Kreishüllbahnen komplizierter Flanken sind einfach darzustellen. Läuferverzahnungen mit Flankenspiel, das nicht einmal konstant sein muß, sind damit leicht zu behandeln.

Mit der Profilsteigungsfunktion können die Gemeinsamkeiten aller Schraubenrotorverzahnungen dargestellt werden. Die erforderlichen Rechenkapazitäten sind gering.

4. Literatur

- /1/ Rinder, L.: Sonderverzahnungen für Schraubenverdichtern. VDI-Berichte Nr. 640, Düsseldorf: VDI-Verlag, 1987
- /2/ Rinder, L.: Schraubenverdichter, Wien, New York: Springer-Verlag, 1979
- /3/ Rinder, L.: Schraubenverdichtertläufer mit Evolventenflanken, VDI-Berichte Nr. 521 Düsseldorf: VDI-Verlag, 1984
- /4/ Steffens, R.: Die Profilsteigungsfunktion, ein neuer Weg zur analytischen Bestimmung und Optimierung allgemeiner Profilflankenpaarungen. Dissertation TU Braunschweig, 1993
- /5/ Roth, K.H.: Evolventen-Sonderverzahnungen zur Getriebeverbesserung Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1998
- /6/ Kauder, K., Reusch, B., Berlik, S., Helpertz, M.: Automatisierte Optimierung der Geometrie von Schraubenrotoren, Schraubenmaschinen, Heft 9 Hrsg. K. Kauder, Dortmund, 2001
- /7/ Roth, K.H.: Evolventenverzahnungen mit extremen Eigenschaften Antriebstechnik, Bd 36, Nr. 7, 1997
- /8/ Schüler, R.: Entwicklung von Schraubenmaschinen-Rotoren, Ein Beitrag zur Optimierung von Schraubenmaschinen, Dissertation, Univ. Dortmund, 1984
- /9/ Wunderlich, W.: Ebene Kinematik BI-Hochschultaschenbücher 447/447a Mannheim, Wien, Zürich Bibliographisches Institut, 1970
- /10/ Stosic, N.: Recent developments in screw compressors, I. Mech. E. Conference Transactions, Compressors and their Systems, London, 1999