

Das dynamische Betriebsverhalten von Schraubenpumpen

– ein neuer innovativer Berechnungsansatz

B.Sc. Stefan Bevern, Dipl.-Ing. Joachim Thurner,
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Peter F. Pelz,
Institut für Fluidsystemtechnik, Technische Universität Darmstadt
Dipl.-Ing. Frank Holz, Leistritz Pumpen GmbH, Nürnberg

Kurzfassung

Eine häufige Versagensursache bei Überbeanspruchung von Schraubenpumpen ist das Anlaufen der Laufspindeln an das Gehäuse und der Verschleiß Desselben. Derzeit existiert kein numerisches Berechnungs- und Auslegungsverfahren für Schraubenpumpen, welches ohne empirische Daten auskommt. In der vorliegenden Arbeit wird erstmals erfolgreich der Ansatz verfolgt, dass (i) die Strömung in einer abgewickelten Geometrie berechnet wird. Hierzu werden die Reynoldsschen Gleichungen gelöst. Herauszuheben ist (ii), dass gezielt die Linearität der Strömungsgleichung genutzt wird, um ein Superpositionsverfahren zu entwickeln. Im Resultat ist es möglich, sehr Effizient die Last auf eine jede Spindel und letztlich deren Bewegung auszurechnen. Durch die Effizienz des Verfahrens und den streng physikalischen Ansatz entsteht ein Auslegungsverfahren, mit dem die Einsatzgrenze von Schraubenpumpen im Entwicklungsprozess beurteilt werden kann.

1. Einführung

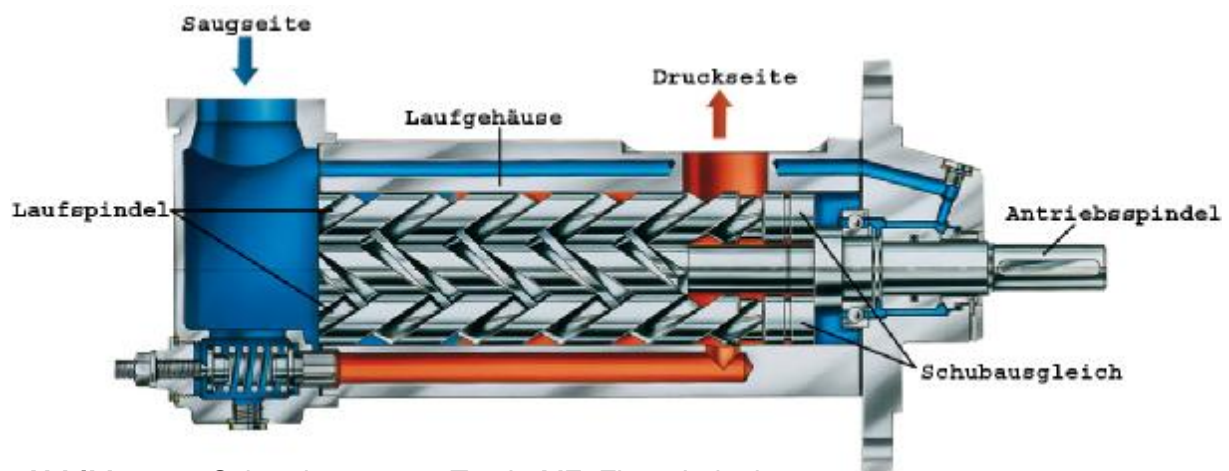


Abbildung 1: Schraubenpumpe Typ L3MF, Firma Leistritz

Schraubenpumpen können als kontinuierlich arbeitende Verdrängerpumpen charakterisiert werden. Über das Gewinde der mittleren Antriebsspindel und der seitlichen Laufspindeln wird das Medium von der Saugseite zur Druckseite transportiert.

Eine häufige Versagensursache bei Überbeanspruchung der Pumpe ist das Anlaufen der Laufspindeln (vgl. Abbildung 1) an das Gehäuse und der Verschleiß Desselben. Numerische Simulationen können Aufschluss über Einsatzgrenzen der Pumpe geben und somit den Einsatz von bestehenden Pumpen für neue Anwendungsgebiete ermöglichen. Ferner kann konstruktives Verbesserungspotential aufgedeckt werden, was idealerweise dazu führen kann, dass niederviskosere Medien gegen höhere Drücke gefördert werden können. Die Kopplung von Deformation, Kontakt, Verschleiß und Strömung mit 3D-Methoden befindet sich noch im Anfangsstadium. Daher existiert derzeit noch kein numerisches Berechnungs- und Auslegungsverfahren für Schraubenpumpen. Diesem Umstand soll mit der vorgestellten Arbeit Abhilfe verschafft werden.

Die Strömungsmechanik der Pumpe wird zweidimensional mit der Reynoldsschen Schmierfilmgleichung betrachtet. Hieraus ergeben sich eine Reduzierung des numerischen Simulationsaufwands und eine mathematisch vorteilhaftere Beschreibung. Dazu werden Spalthöhen, Drücke und Schubspannungen über dem Förderspalt abgewickelt betrachtet.

Anschließend werden die Drücke und Schubspannungen zu resultierenden Kraft- und Drehmomentvektoren im Schwerpunkt der jeweiligen Spindel zusammengefasst. Kräfte und Momente werden nun in ihrer Größe und Richtung auf den Einfluss von Viskosität, Drehzahl, Spindelauslenkung, Druckdifferenz und Winkelstellung der Spindeln untersucht. Vorteilhaft an der Verwendung der Reynoldsschen Schmierfilmgleichung ist, dass viele Einflüsse mathematisch exakt voneinander getrennt werden können. Über das Superpositionsprinzip können dann die sich aus den einzelnen Einflüssen ergebenden Kräfte und Momente aufaddiert werden. Auf Basis der ermittelten Strömungskraftgrößen und der Lagerungs- und Verzahnungsbedingungen können Bewegungsgleichungen für die Spindeln aufgestellt werden. Somit kann die Bewegung der Spindeln und ein eventuelles Anlaufen an das Gehäuse ermittelt werden.

2. Aufbau der betrachteten Pumpe und Problemstellung

Das entwickelte Modell wird am Verhalten der in Abbildung 1 dargestellte Pumpe (Typ L3MF) der Firma Leistritz validiert. Die Laufspindeln und die Antriebsspindel bilden durch Verzahnung ihrer Gewindekontur abgeschlossene Kammern, die durch Drehung der

Spindeln in Richtung Druckseite bewegt werden. Die Laufspindeln sind axial über den Schubausgleich gelagert. In radialer Richtung sind die Laufspindeln nicht gefesselt. Durch Strömungen über den Spalt zwischen Laufspindel und Gehäuse bildet sich ein Schmierfilm im Spalt, der zusammen mit der Spindeldrehung für einen Gleitlagereffekt sorgt. Dies ist zugleich die kritische Stelle, denn ist der Betriebsdruck zu groß bzw. die Viskosität des Fördermediums zu klein, so kann es zum Anlaufen der Laufspindeln am Gehäuse und somit zur Schädigung Desselben kommen. Ziel ist es, diese Einsatzgrenze vorhersagen zu können, sodass kostspielige Versuche mit Prototypen überflüssig werden.

3. Reduzierung auf ein 2D-Problem

Die Strömung wird mit der Reynoldsschen Gleichung der Schmiertheorie im Zweidimensionalen beschrieben. Unter der Annahme einer in zwei Fließrichtungen erweiterten Couette-Poiseuille-Kanalströmung mit Druckgradient und zwei bewegten Wänden (Abbildung 2) wird die Gleichung hergeleitet.

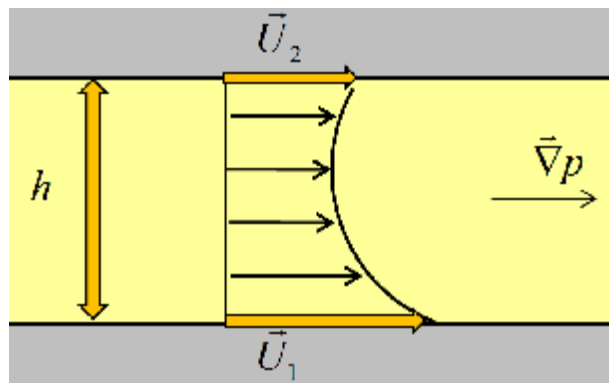


Abbildung 2: Kanalströmung

Es ergibt sich somit folgende Form der Reynoldsschen Gleichung der Schmiertheorie [2], die es ermöglicht den Druck in Abhängigkeit von der Wandbewegung zu berechnen:

$$\nabla \cdot \left(\frac{h^3}{h} \nabla p \right) = 6 \nabla \cdot (h \mathbf{U}_2 + h \mathbf{U}_1) + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

Mit der Information des Druckes folgt Schubspannung an der unteren Wand zu

$$\mathbf{t} = \frac{h}{h} (\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1) - \frac{h}{2} \nabla p \quad (2)$$

(tatsächlich handelt es sich hierbei um die Projektion des Spannungsvektors auf die benetzte Wand). Um die oben aufgeführten Gleichungen anwenden zu können werden die Spindeln in der Abwicklung betrachtet. Die Abwicklung der Spindelgeometrie erfolgt auf die in Abbildung 3 dargestellte Weise unter der Einführung einer Laufkoordinate x . Über diese

Abwicklungsbereiche werden die Geometriedaten (Spalthöhe, zeitliche Änderung der Spalthöhe, Spindelradius) berechnet. Dieses Konzept wurde von den Autoren erstmals in /1/ verfolgt.

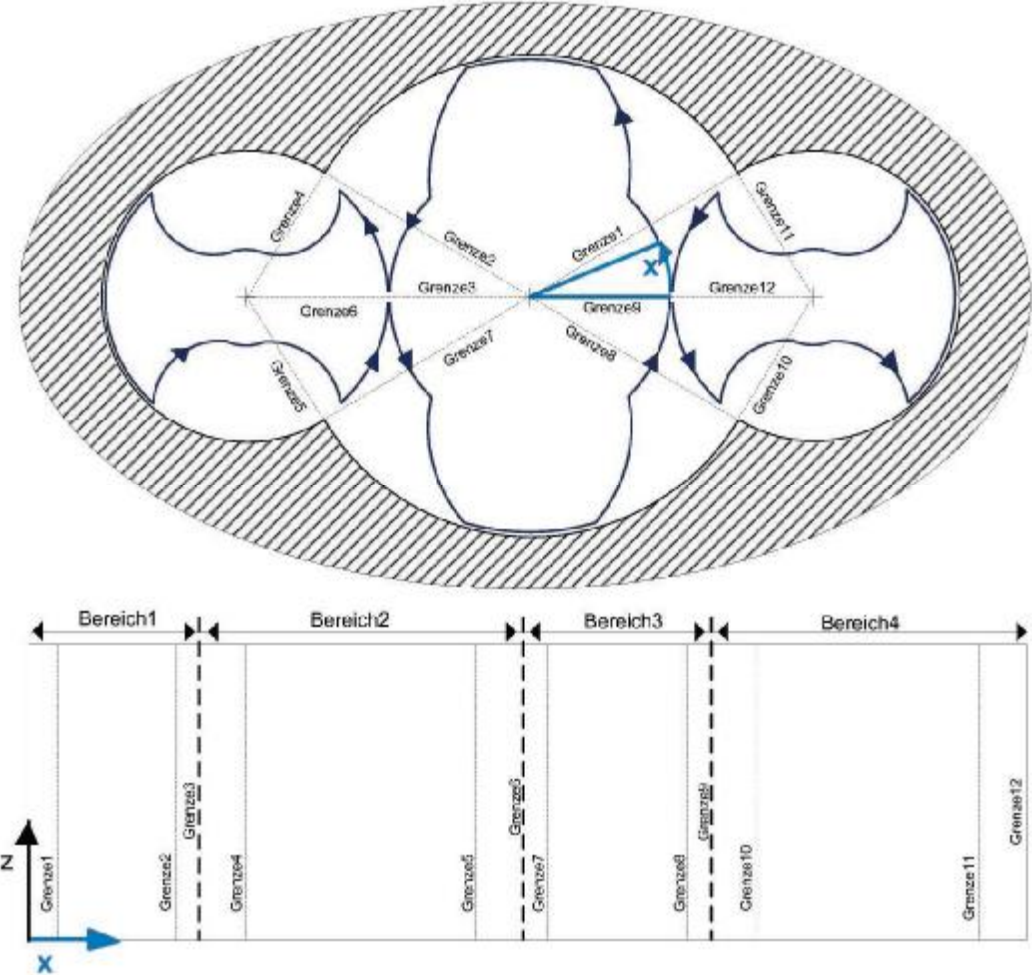


Abbildung 3: Schnitt durch die Schraubepumpe und abgewickelte Geometrie

4. Abwicklung und Spalthöhenberechnung

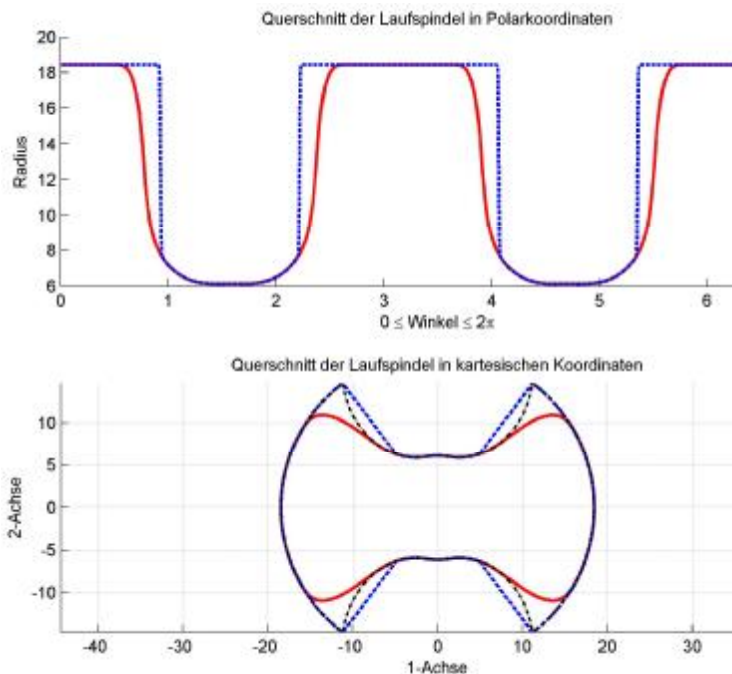


Abbildung 4:

Gestrichelte Linie: modifizierter Querschnitt

Mittlere gestrichelte Linie: realer Querschnitt

durchgezogene Linie: abgerundeter Querschnitt

Die numerische Auswertung der Reynoldsschen Gleichung zu keinem sinnvollen Ergebnis führt. Die zweite Lösungsmöglichkeit, nämlich das Entfernen von Material durch Abrunden des Querschnittes, weist diese Nachteile nicht auf und wurde deshalb in diesem Modell angewandt. Aber auch diese Maßnahme ist mit einem Nachteil verbunden, nämlich der Verfälschung der Spalthöhenberechnung. Der dadurch entstehende Fehler ist jedoch als gering einzuschätzen. In der Technik würde ein solcher abgerundeter Querschnitt zu einem Leckagestrom zwischen Lauf- und Antriebsspindel führen. Im Simulationsmodell ist dies bisher nicht der Fall, da ein solcher Leckagestrom erst in der weiterführenden Arbeit implementiert wird.

5. Ergebnisse für einen Betriebspunkt

Mit Hilfe der berechneten Geometriedaten kann die Reynoldssche Gleichung der Schmiertheorie und die Gleichung zur Berechnung der Schubspannung numerisch gelöst

Die Abwicklung der Spindelgeometrien erfolgt durch die Überführung Derselben in Polarkoordinaten. Bei der Laufspindel ist dies jedoch nicht unmittelbar möglich, da sie einen Hinterschnitt im Querschnitt aufweist (Abbildung 4). Eine Lösungsmöglichkeit ist das Hinzufügen von Material, sodass ein modifizierter Querschnitt entsteht. Dies hat jedoch zur Folge, dass zum Einen negative Spalthöhen berechnet werden und zum Anderen die Änderung der Spalthöhe mit der Zeit an der Stelle der hinzugefügten Kante gegen Unendlich geht, sodass die

werden. Dazu wird ein Finite Elemente Solver verwendet (hier FlexPDE) verwendet. Dies wird beispielhaft für folgenden Betriebspunkt durchgeführt:

$$p_{\text{Druck}} = 40 \text{ bar}, \quad p_{\text{Saug}} = 1 \text{ bar}, \quad h_{\text{Heizöl}} = 4.92 \text{ mPa s}, \quad \Omega = 2p \cdot 50\text{Hz}$$

Abbildung 5 zeigt den berechneten Druckverlauf in der Abwicklung und aufgewickelt auf die Mantelfläche der Spindeln.

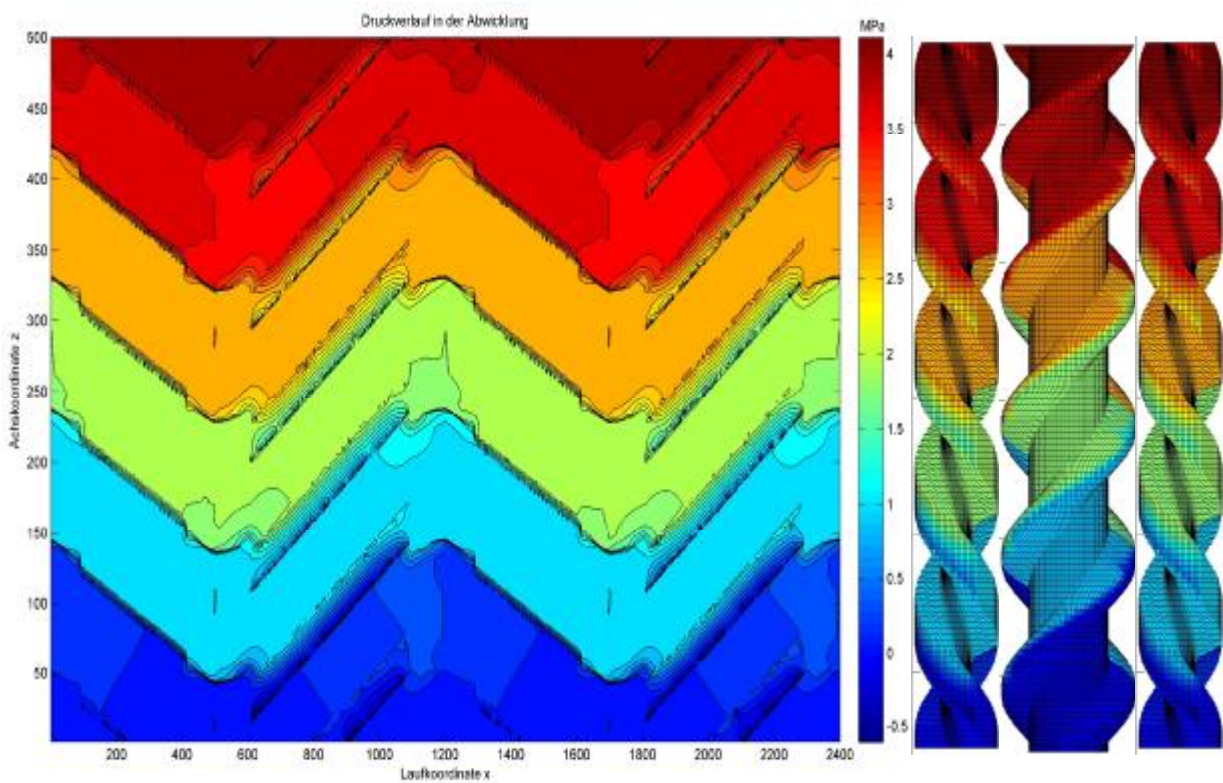


Abbildung 5: Druckverlauf

Durch Integration des Druckverlaufes über die Spindelmantelfläche und Berücksichtigung der Schubspannungen werden die resultierenden Strömungskräfte und -momente bzgl. des Spindelschwerpunktes im nächsten Abschnitt berechnet. Hierbei werden wie bei linearen Systemen bewährt normierte Drücke und Verschiebungen vorgegeben um Einflussfaktoren a priori zu ermitteln. Obgleich die Geometrie und die Strömung von ungemeiner Komplexität sind, ermöglicht dieses Vorgehen ein sehr elegantes Berechnen der Spindelbewegungen.

6. Strömungskräfte als Resultat verschiedener Einflüsse

Die Reynold'sche Gleichung (1) der Schmiertheorie, hier nochmals angegeben

$$\nabla \cdot \left(\frac{h^3}{h} \nabla p \right) = 6 \nabla \cdot (h \mathbf{U}_2 + h \mathbf{U}_1) + 12 \frac{\partial h}{\partial t},$$

ist linear im Druck. Somit ist die Superposition mathematisch unabhängiger Teillösungen möglich. Das erleichtert die Analyse von Ursache und Wirkung. Außerdem ist lediglich die rechte Seite der Differentialgleichung (DGL) zeitabhängig, nicht aber der Druckterm auf der Linken. Das heißt, dass nur der Augenblickswert der rechten Seite nicht aber eine Historie des Drucks von Bedeutung für die Lösung ist. Somit verhält sich der Druck quasistatisch.

Die homogene Lösung der DGL ist eine Funktion der Druckrandbedingung $\Delta p, p_0$, der Spindelauslenkung \mathbf{e} und des Drehwinkels j der Spindeln:

$$p_I = p_I(\Delta \tilde{p} = 1, \mathbf{e}, j) \Delta p + p_0. \quad (3)$$

Es existiert eine Partikulärlösung die aus der Drehgeschwindigkeit und Viskosität resultiert und linear zu diesen Größen ist

$$p_{II} = p_2(\tilde{h} \tilde{\Omega} = 1, \mathbf{e}, j) h \Omega. \quad (4)$$

Angemerkt sei, dass die Darstellung (4) an die Sommerfeldzahl erinnert. Hier ist der mittlere Lagerdruck eines Gleitlagers mit der Viskosität und der Drehzahl entdimensioniert. Eine weitere Partikulärlösung ist linear zu den exzentrischen Auslenkungsgeschwindigkeiten \mathbf{e}_i der Spindeln

$$p_{III} = \sum_i p_{III}(\tilde{h} \tilde{\mathbf{e}}_i = 1, \mathbf{e}, j) h \mathbf{e}_i. \quad (5)$$

Aus den Einzellösungen des Drucks werden Einzellösungen für die Schubspannungen an der Spindel und daraus wiederum Einzellösungen für resultierende Kräfte und Momente errechnet:

$$\begin{aligned} p &= p_I + p_{II} + p_{III} & \mathbf{t} &= \mathbf{t}_I + \mathbf{t}_{II} + \mathbf{t}_{III} \\ \mathbf{F} &= \mathbf{F}_I + \mathbf{F}_{II} + \mathbf{F}_{III} & \mathbf{M} &= \mathbf{M}_I + \mathbf{M}_{II} + \mathbf{M}_{III} \end{aligned} \quad (6)$$

Die Strömungskräfte und -momente auf die Laufspindel werden linearisiert um die Ausgangslage betrachtet. Dabei gibt es jeweils zwei translatorische Freiheitsgrade und zwei rotatorische Freiheitsgrade. Bewegungen in Spindellängsrichtung sind nicht möglich und die Drehung um die Längsachse ist durch die Drehzahl fest vorgegeben. Drehwinkelbedingte Schwankungen der Kraftgrößen werden durch Fourierglieder berücksichtigt.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{e} &= \{e_1 \ e_2 \ z_1 \ z_2\}^T && \text{Vektor der Auslenkungen} \\
 \mathbf{K} &= \{F_1 \ F_2 \ F_3 \ M_1 \ M_2 \ M_3\}^T && \text{Vektor der Kraftgrößen} \\
 \dot{\mathbf{K}}_I &= \Delta p [\mathbf{D}_I \mathbf{e} + A_I \cos(2kj) + B_I \cos(2kj) + C_I], k \in \mathbb{N} \\
 \dot{\mathbf{K}}_{II} &= h\Omega [\mathbf{D}_{II} \mathbf{e} + A_{II} \cos(2kj) + B_{II} \cos(2kj) + C_{II}], k \in \mathbb{N} \\
 \dot{\mathbf{K}}_{III} &= h\mathbf{D}_{III} \dot{\mathbf{e}}
 \end{aligned} \tag{7}$$

Entsprechend den hier dargelegten Einflüssen wurden Simulationen durchgeführt, bei denen lediglich die linke Laufspindel ausgelenkt wurde. Die Untersuchung der Antriebsspindel hinsichtlich Auslenkung Derselben ist nicht notwendig, da sie durch ein Wälzlager radial gelagert ist und in diesem Modell von Starrkörpern ausgegangen wird, sodass eine Durchbiegung ausgeschlossen ist. Zudem heben sich die kritischen Einflüsse auf die Antriebsspindel in Folge der Laufspindelbewegungen aus Symmetriegründen auf. Es ist anzunehmen, dass die Auslenkung der rechten Laufspindel keinen Einfluss auf die linke Laufspindel hat, da die Kammern der Laufspindeln räumlich weit voneinander getrennt sind. Grundsätzlich ist von Symmetrie auszugehen, d.h. die Untersuchung der rechten Laufspindel hinsichtlich der verschiedenen Einflüsse würde auf dasselbe Ergebnis wie die Untersuchung der linken Laufspindel führen, lediglich mit anderen Vorzeichen.

Das Ergebnis der Strömungskräfteberechnung für die linke Laufspindel ist in Abbildung 6 dargestellt. Hierbei wird der Umfang der getätigten Arbeiten und letztlich die Effizienz des Verfahrens deutlich. Die Gesamtheit der hydrodynamischen Kraftgrößen, die auf die Spindel wirken, kann für jedes Druckniveau, jede Viskosität und jede Drehzahl abgelesen werden!

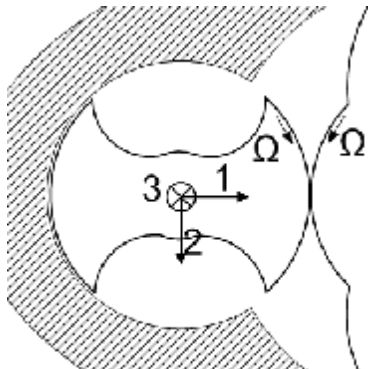


Abbildung 7:
Koordinatensystem

Das zugrunde liegende Koordinatensystem zeigt Abbildung 7, in der eine Schnittansicht dargestellt ist, wobei der Blick von der Saugseite zur Druckseite geht und sich der Koordinatenursprung im Schwerpunkt der Spindel befindet.

Das zugrunde liegende Koordinatensystem zeigt Abbildung 7, in der eine Schnittansicht dargestellt ist, wobei der Blick von der Saugseite zur Druckseite geht und sich der Koordinatenursprung im Schwerpunkt der Spindel befindet.

Anmerkung: $e_prozent=e_max$ bzw. $e_prozent=cetha/cetha_max$ ($e_max=0.005mm$,
 $cetha_max=atan(0.005/218)rad=2.2936e-005 rad$); $\{phi\}=rad$

1. Druck-Randbedingung:

F1	33	0	0	0	0	0	0	-3.7e-002	1.1e-001	3.3e-002-3.7e-002	-1	N
F2	$\delta_{\Delta p}$	$1e+002$	0	0	0	0	0	-3.8e-002	-9.8e-003	1.7e-002	7.1e-003	N
[F3]	$\frac{\bar{\quad}}{bar}$	$*$ [0	20	0	0	0	0]	$*$ {[3.7e-004-2.5e-004-4.1e-004-7.0e-005]	$*$ e_prozent+		
M1	0	0	0	5.1e+003	0	0	0	-2.7e-002	1.0e-002-8.1e-002	3.6e-002		
M2	0	0	0	0	5e+003	0	0	-3.2e-002	4.1e-002-3.3e-002-5.4e-002			
M3	0	0	0	0	0	0	2.3e+002	-1.5e-004-4.1e-005-2.5e-004-2.4e-004				

								1.5e-002-9.3e-004	9.7e-003	-1	N	
								-3.7e-002-1.2e-002-5.7e-003	$\sin(2phi)$	1	N	
								$[-1.3e-003-6.3e-003-2.7e-003]$	$*$ [$\sin(4phi)$]	$+$ [-1]	$*$ [N]	
								-1.4e-003	6.3e-002	1.3e-002	Nmm	
								-3.3e-002	9.0e-003-2.3e-003		Nmm	
								2.1e-002	1.1e-002	6.5e-003	-1	Nmm

Anmerkung1

Anmerkung3

Anmerkung4

2. Drehzahl einfluss:

F1	0.32	0	0	0	0	0	0	8.2e-001	-5.3e+001	1.5e+001	5.0e-001	
F2	ω	0	0.0022	0	0	0	0	1.1e+004	2.9e+003	1.2e+003	1.6e+003	
[F3]	$\frac{mPa*s}{rad/s}$	$*$ [0	0	0.0012	0	0]	$*$ {[4.4e-001-9.8e-001	5.3e-001-1.2e-001]	$*$	
M1	0	0	0	0	0	1.7	0	-7.5e+002-1.4e+002-5.2e+001-8.6e+002				
M2	0	0	0	0	0	0	17	0	5.2e-001-5.4e+001	7.5e+001-2.7e+000		
M3	0	0	0	0	0	0	0.7	0	5.5e-001-7.1e-001-7.6e-002-3.3e-002			

								-4.4e-002	-1	N		
								3.8e+000	-1	N		
								$[-4.9e-003]$	$*$ [$\sin(2phi)$]	$+$ [-1]	$*$ [N]	
								1.4e+000			Nmm	
								2.2e-002			Nmm	
								1.1e-002			-1	Nmm

3. Auslenkungsgeschwindigkeit:

F1	-5.6e+003	9.8e+001	8.0e+003-3.3e+005								1/(mm/s)	N
F2	ω	0	0	0	0	0	0				1/(mm/s)	N
[F3]	$\frac{mPa*s}{rad/s}$	$*$ [-2.3e-001	8.5e-002-1.2e+001-4.4e+001]	$*$ {e_dot	$*$ [1/(mm/s)]	$*$ [N]				
M1	0	0	0	0	0	0	0	7.9e+003	3.6e+005-1.1e+008-2.5e+006			Nmm
M2	0	0	0	0	0	0	0	-3.3e+005-9.4e+003-2.6e+006-8.4e+007				Nmm
M3	0	0	0	0	0	0	0	-2.5e-003-4.2e-002	3.0e+000-3.3e+000			1/(rad/s)

Abbildung 6: Strömungskräfte in Folge verschiedener Einflüsse

Die unterschiedlichen Einflüsse können untereinander nur bei Vorgabe von bestimmten Betriebsparametern verglichen werden. Allgemeingültige Aussagen sind nur innerhalb der Betrachtung eines Einflusses möglich. Zur Veranschaulichung der Ergebnisse werden im Folgenden die Anmerkungen 1 bis 4 in Abbildung 6 interpretiert.

1. Bei der Druck-Randbedingung treten die größten Schankungen -bzgl. des Verdrehwinkels j der Spindel- beim Moment um die 1-Achse auf.
2. Die Verschiebung bzw. Verdrehung der Spindel mit einer bestimmten Auslenkungsgeschwindigkeit erzeugt eine Kraft bzw. ein Moment, dass der Bewegung entgegengerichtet ist. Hier wird schon deutlich, dass durch diesen Einfluss das schwingungsfähige System gedämpft wird.
- 3.&4. In diesen Matrixeinträgen spiegelt sich der Gleitlagereffekt wider. Wird die Spindel in die 1-Richtung ausgelenkt (Anmerkung 3), so entsteht durch die Spindelrotation ein Gebiet höheren Druckes ($p+$) vor dem Schmierspalt und ein Gebiet niedrigeren Druckes ($p-$) hinter dem Schmierspalt (Abbildung 8). Die resultierende Kraft \vec{F}_{res} wirkt in positive 2-Richtung, diesen Effekt zeigt auch der Matrixeintrag durch dessen positives Vorzeichen.
Wird die Spindel in die 2-Richtung ausgelenkt (Anmerkung 4 & Abbildung 9), so entsteht eine resultierende Kraft, die in negative 1-Richtung wirkt, dieser Effekt ist auch in dem negativen Matrixeintrag zu erkennen.

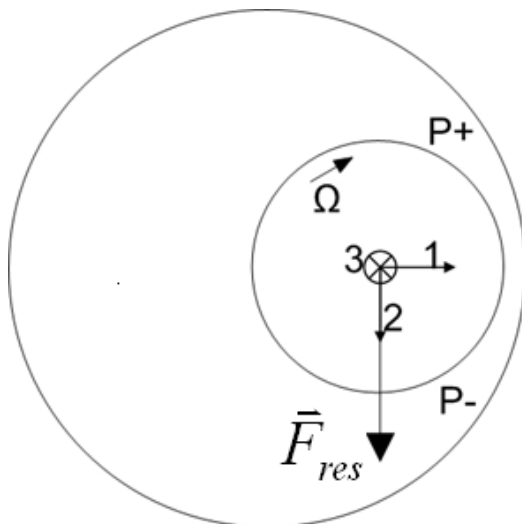


Abbildung 8: Auslenkung in 1-Richtung

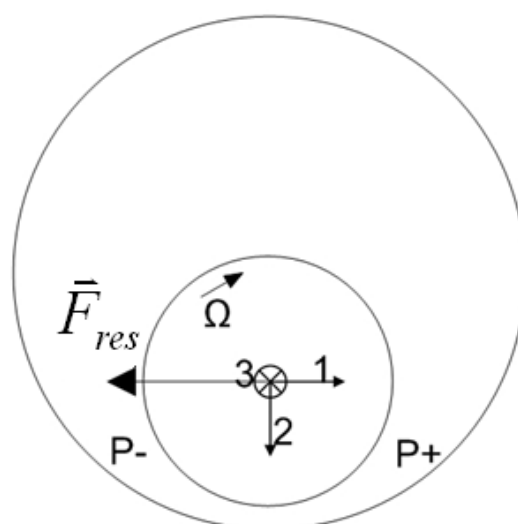


Abbildung 9: Auslenkung in 2-Richtung

7. Ausblick

Neben den Strömungskräften wirken auch mechanische Kräfte auf die Laufspindel, die durch den Kontakt mit der Antriebsspindel entstehen. Zum Einen ist die Laufspindel axial durch den Schubausgleich gefesselt, wobei die exzentrische Aufnahme der axialen Strömungskraft ein weiteres Moment um die 2-Achse erzeugt, und zum Anderen wird die Laufspindel durch die Antriebsspindel angetrieben, sodass der Eingriff der Antriebsspindel ebenfalls weitere Kräfte und Momente hervorruft. Sind diese mechanischen Kräfte modelliert, so können über den Drallsatz und Kräftesatz Bewegungsgleichungen aufgestellt werden. Die Analyse der Bewegungsgleichung hinsichtlich Stabilität kann dann Aufschluss über das Versagen der Pumpe bei bestimmten Betriebsparametern geben.

Abkürzungsverzeichnis

h	Spalthöhe
p	Druck
t	Zeit
x	Abwicklungskoordinate
j	Drehwinkel der Spindeln
η	Dynamische Viskosität
\vec{t}	Schubspannungsvektor
Ω	Drehgeschwindigkeit
e	translatorische Auslenkung
z	rotatorische Auslenkung um den Spindelschwerpunkt
A	Matrix des Cosinus-Anteils der Lösung
B	Matrix des Sinus-Anteils der Lösung
\vec{C}	Mittelwert der Lösung
\vec{F}	Kraftvektor
\vec{K}	Vektor der Kraftgrößen (Kräfte und Momente)
\vec{M}	Drehmomentvektor
\dot{U}	Wandgeschwindigkeit
D	Lösungsmatrix

Literatur

- /1/ Bevern, S.: Spaltströmungen und daraus resultierende Kräfte bei Spindelpumpen, TU Darmstadt Bachelor-Thesis 2009
- /2/ Spurk, J. , Aksel, N.: Strömungslehre, Einführung in die Theorie der Strömungen, 7.Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2007